

## MATERIAL: FC-09

## TRABAJO Y ENERGÍA

La energía desempeña un papel muy importante en el mundo actual, por lo cual se justifica que la conozcamos mejor.

Iniciamos nuestro estudio presentando el concepto de una cantidad, denominada *trabajo*, el cual se relaciona con la medición de la energía.

**TRABAJO** El trabajo es una magnitud escalar, a pesar de ser el producto de dos vectores tal como lo muestra la siguiente ecuación:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d} \quad [\text{Joule}]$$

La expresión anterior se traduce en

$$W = |\vec{F}| |\vec{d}| \cos \alpha$$

Donde  $|\vec{F}|$  y  $|\vec{d}|$  son los módulos de la fuerza y el desplazamiento, y  $\alpha$  es el ángulo que forman  $\vec{F}$  y  $\vec{d}$ .

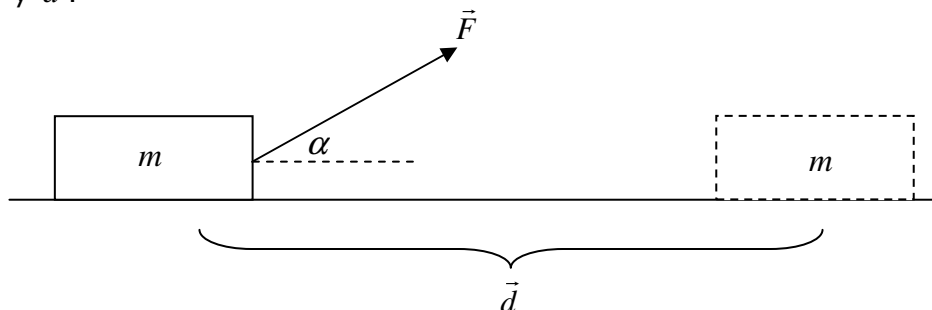


Fig. 1

La unidad de medida del trabajo en el SI es el Joule. De la simple observación de esta ecuación, se puede apreciar que el **trabajo es cero** si se cumple alguno de los siguientes puntos:

- i) La fuerza es nula
- ii) El desplazamiento es nulo
- iii) La fuerza y el desplazamiento son perpendiculares entre sí.

**Nota:** Sobre el tercer punto recuerda que  $\cos 90^\circ = 0$ , de ahí que el trabajo es cero. Así también, como  $\cos 180^\circ = -1$ , es decir, si la fuerza y el desplazamiento son opuestos ( $\alpha = 180^\circ$ ), entonces el **trabajo es negativo**.

Finalmente un **trabajo positivo** sobre un cuerpo, cuando la fuerza tiene el mismo sentido que el desplazamiento.

**Trabajo neto:** En el caso que se ejerza más de una fuerza constante, al mismo tiempo sobre un cuerpo, en la ecuación  $W = |\vec{F}| |\vec{d}| \cos \alpha$ ,  $|\vec{F}|$  representa el módulo de la fuerza neta o resultante y así podemos obtener el trabajo neto. En el ejemplo mostrado en la figura 2, la fuerza neta es  $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$

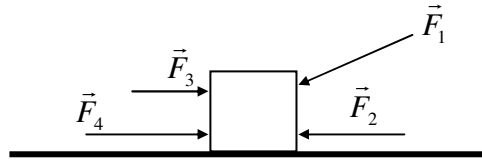


Fig. 2

A continuación se muestran dos gráficos de fuerza versus desplazamiento (sus módulos). En ambos casos el área achurada representa el trabajo realizado por la fuerza.

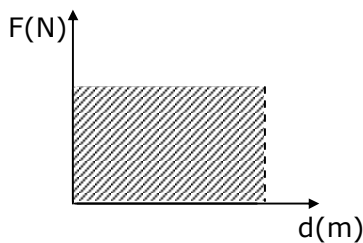


Gráfico para una fuerza constante

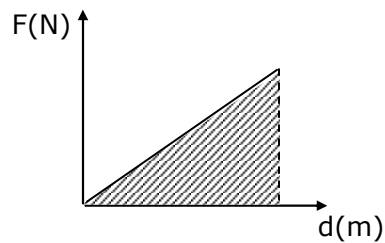


Gráfico para una fuerza variable

**Trabajo realizado al subir o bajar un cuerpo:** al levantar o bajar un cuerpo con una fuerza  $\vec{F}_0$  tal como lo muestra la figura 3, se puede observar que sobre el cuerpo, además actúa la fuerza peso ( $\vec{P}$ ).

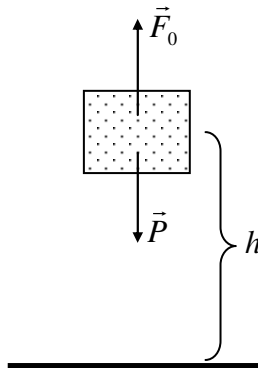


Fig. 3

Al subir el cuerpo, el trabajo hecho por  $\vec{F}_0$  es positivo y es igual a  $mgh$ , el que realiza  $\vec{P}$  es negativo y es igual a  $-mgh$ . Cuando el cuerpo baja,  $\vec{F}_0$  hace un trabajo  $-mgh$  y  $\vec{P}$  realiza un trabajo  $mgh$ .

**Nota:** Cuando se pregunta por el trabajo necesario para levantar o bajar un cuerpo, es el trabajo mínimo, es decir, para que el objeto se mueva con velocidad constante.

## Potencia Mecánica

Para ilustrar el significado de potencia pondremos como ejemplo, un objeto que es arrastrado por una fuerza  $\vec{F}_0$  (ver figura 4) horizontalmente, a lo largo de 12 metros por un camino rugoso y con una velocidad constante de 10 m/s. Si se repite el experimento bajo las mismas condiciones, pero el objeto ahora viaja a 20 m/s, entonces se puede afirmar que, en ambos casos el trabajo hecho por la fuerza  $\vec{F}_0$  es el mismo, pero la potencia desarrollada en el segundo fue mayor, ya que el tiempo empleado fue menor.

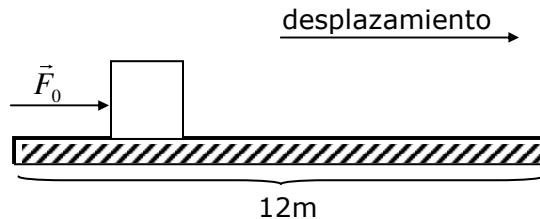


Fig. 4

La potencia es una magnitud escalar que mide la **rapidez** con que se realiza un trabajo. Corresponde a la razón entre el trabajo realizado y el tiempo que toma en realizarlo. La unidad de potencia en el SI es el **Watt**.

$$P = \frac{W}{t} \quad [\text{Watt}] \quad 1 \text{ Watt} = 1 \frac{J}{s}$$

La potencia también se expresa en Kilowatt (KW) o caballo de fuerza (HP)

$$1 \text{ KW} = 1000 \text{ W}$$

$$1 \text{ HP} = 746 \text{ W}$$

## Ejemplos

1. La figura 5, muestra la fuerza que actúa sobre un cuerpo paralelamente a su trayectoria, en función de la distancia X. ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza cuando el cuerpo va de  $X = 2\text{m}$  a  $X = 6\text{m}$ ?

- A) 6 J
- B) 10 J
- C) 32 J
- D) 50 J
- E) 64 J

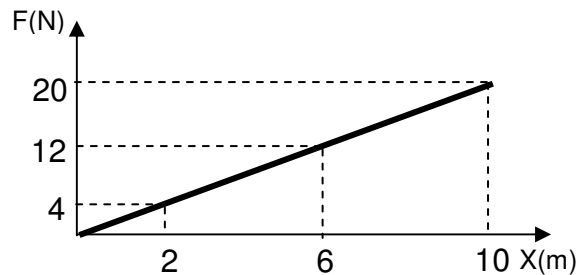


Fig.5

2. Un motor de potencia  $P = 50 \text{ KW}$  acciona un vehículo durante 2h. ¿Cuál es el trabajo realizado por el motor?

- A) 0,1 KWh
- B) 1,0 KWh
- C) 10 KWh
- D) 100 KWh
- E) 100 KW

**ENERGÍA CINÉTICA:**

Un cuerpo, por el sólo hecho de estar en movimiento, tiene energía cinética ( $E_c$ ).

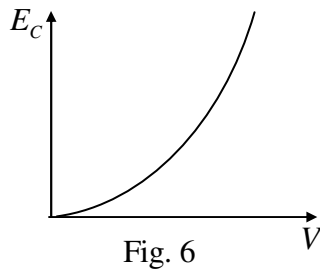
La energía cinética de un cuerpo que se está desplazando es la siguiente:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot V^2 \quad [\text{Joule}]$$

De esta ecuación se concluye que la energía es

- i) siempre positiva, o nula.
- ii) directamente proporcional con la velocidad al cuadrado.

De acuerdo al punto ii), la representación gráfica de la energía cinética en función del tiempo corresponde a una parábola



**Principio de la energía cinética y el trabajo:** el trabajo neto (realizado por la fuerza neta) hecho sobre un objeto, es igual al cambio en su energía cinética, y esto se representa mediante la siguiente ecuación

$$W_{NETO} = E_c(\text{final}) - E_c(\text{inicial})$$

Esta relación también se expresa como:

$$W_{NETO} = \Delta E_c$$

**Nota:** La expresión anterior es **siempre** válida, o sea, es aplicable en cualquier sistema.

**Ejemplo:**

3. ¿Qué trabajo se debe realizar sobre un cuerpo de 10 kg de masa para que aumente su rapidez de 2 m/s a 8 m/s?
- A) 400 J
  - B) 300 J
  - C) 200 J
  - D) 100 J
  - E) 40 J

### ENERGÍA POTENCIAL:

Existen varios tipos de energías potenciales que se relacionan con la fuerza aplicada. Nuestro estudio lo dedicaremos a la **energía potencial gravitacional** ( $E_p$ ), la que tiene relación con la posición que tiene el cuerpo respecto a un punto de referencia. La energía potencial gravitatoria es la siguiente:

$$E_p = m \cdot g \cdot h \quad [\text{Joule}]$$

donde  $m$  es la masa del cuerpo,  $g$  es el módulo de la aceleración de gravedad y  $h$  es la altura con respecto a un punto de referencia (que generalmente es el suelo).

Dependiendo de la posición donde esté ubicado, la energía potencial puede ser positiva, negativa o nula. Si en la figura, se toma como nivel de referencia el punto A, entonces se cumple que:

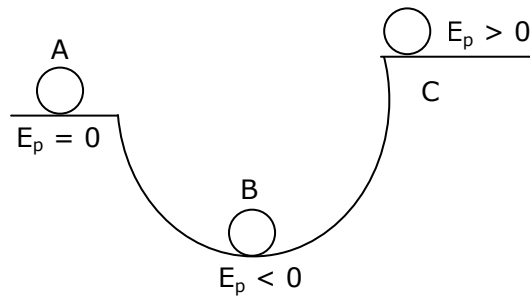


Fig. 7

De la definición se puede afirmar que la energía potencial gravitacional es directamente proporcional con la altura  $h$ , luego gráficamente, la energía potencial en función de la altura corresponde a una recta que pasa por el origen.

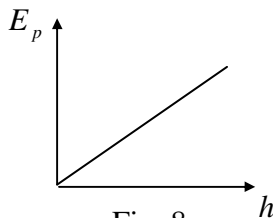


Fig. 8

### Ejemplo:

4. Si la energía potencial, de un cuerpo de masa 2 kg es 100 J. La rapidez que debe tener este mismo cuerpo para tener los 100 J de energía, en su forma cinética, si se mueve en una superficie horizontal sin roce es

A)  $\sqrt{10}$  m/s

B)  $\sqrt{200}$  m/s

C) 10 m/s

D) 100 m/s

E) Ninguna de las anteriores.

### Relación entre la energía potencial y el trabajo hecho por la fuerza peso

La figura 9 nos permite analizar el trabajo realizado por la fuerza peso para trasladar el cuerpo de desde la posición 1 hasta la posición 2.

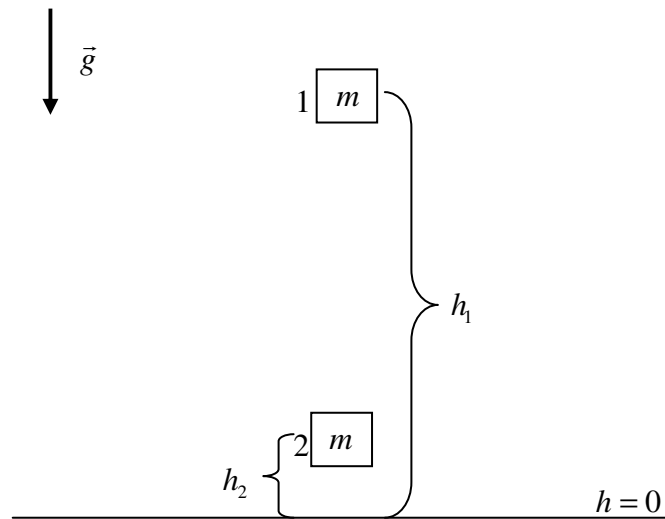


Fig. 9

Nuevamente podemos expresar el trabajo como variación de energía

$$W_{Peso} = E_p(final) - E_p(inicial) = mg(h_2 - h_1)$$

como  $(h_2 - h_1) < 0$ , el trabajo queda expresado de la siguiente forma:

$$W_{Peso} = -\Delta E_p$$

**Nota:** esta expresión representa el trabajo hecho por la fuerza peso para bajar un cuerpo, y sólo es válida cuando no exista roce en el desplazamiento.

## ENERGÍA MECÁNICA:

Se denomina energía mecánica a la suma de las energías cinética y potencial (de los diversos tipos) que posee un cuerpo.

$$E_M = E_C + E_P$$

### Clasificación de las fuerzas:

**i) Conservativa:** fuerzas que no afectan la energía mecánica de un cuerpo, pues el trabajo que realiza depende del punto inicial y final del movimiento, y no de su trayectoria. Un ejemplo de una fuerza conservativa es el peso.

Cuando en un sistema actúan únicamente fuerzas conservativas, la energía mecánica permanece constante en cualquier punto de su trayectoria (**Ley de conservación de la energía mecánica**).

$$E_M(\text{inicial}) = E_M(\text{final})$$

En un sistema, en el cual la energía mecánica se conserva, el comportamiento de la energía potencial ( $E_P$ ) versus la energía cinética ( $E_C$ ) es el siguiente:

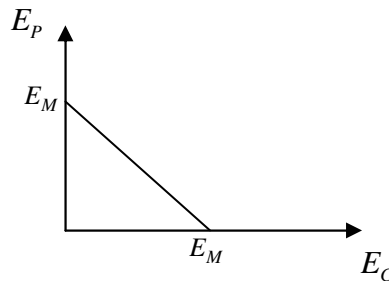


Fig. 10

**ii) Disipativa:** fuerza que hace disminuir la energía mecánica de un cuerpo durante su movimiento (la transforma), como por ejemplo la fuerza de roce.

### Ejemplo:

5. Se lanza un cuerpo de masa  $m$  verticalmente hacia arriba con una energía cinética inicial  $E_0$ . Cuando el cuerpo pasa por un punto situado a una altura  $h$  y despreciando el roce con el aire, su energía cinética será igual a

- A)  $E_0$
- B)  $E_0 + mgh$
- C)  $E_0 - mgh$
- D)  $mgh$
- E)  $mgh - E_0$

Un ejemplo típico de conservación de la energía mecánica es dejar caer un cuerpo de masa  $m$  en el vacío, tal como se aprecia en la figura 11.

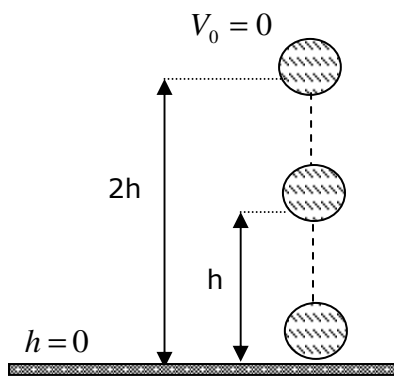


Fig. 11

Al inicio a una altura de  $2h$ , el cuerpo tiene una energía potencial  $2mgh$ , y su energía cinética vale cero luego su energía mecánica es  $2mgh$ .

A la altura  $h$ , su energía mecánica sigue siendo  $2mgh$ , y su energía potencial es  $mgh$  esto implica necesariamente que su energía cinética vale  $mgh$ .

Justo al llegar al suelo la energía mecánica no ha cambiado pero la energía potencial es nula, esto implica que la energía cinética tiene un valor de  $2mgh$ .

Claramente en la medida que la energía potencial disminuye, la energía cinética aumenta y su incremento es igual al valor en que disminuyó la potencial, esto tiene que ser así ya que la energía mecánica (que es la suma) de ambas permanece constante.

## PROBLEMAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

- El trabajo realizado por la fuerza peso sobre un cuerpo, es siempre igual a cero si éste se mueve
  - verticalmente hacia arriba.
  - horizontalmente.
  - verticalmente hacia abajo.
  - descendiendo por un plano inclinado.
  - verticalmente hacia arriba o hacia abajo.
- ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera, con respecto a un cuerpo que sube por un plano inclinado rugoso con velocidad constante?
  - El trabajo realizado por el peso del cuerpo es positivo.
  - El trabajo hecho por la fuerza normal sobre el cuerpo es positivo.
  - El trabajo hecho por el roce sobre el cuerpo es negativo.
  - Todas las anteriores son verdaderas.
  - Ninguna de las anteriores es verdadera

3. Cuando una persona levanta un niño de 10 kg a una altura de 1,2 m, si  $|\vec{g}| = 10 \frac{m}{s^2}$ , entonces esta persona está realizando un trabajo de

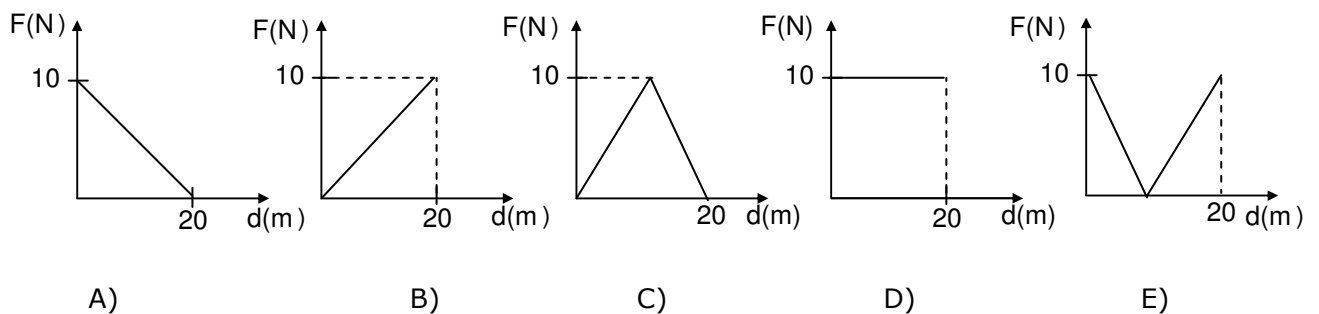
- A)  $1,2 \cdot 10^0$  J
- B)  $1,2 \cdot 10^1$  J
- C)  $1,2 \cdot 10^2$  J
- D)  $1,2 \cdot 10^3$  J
- E)  $1,2 \cdot 10^4$  J

4. El gráfico de la figura 12 representa el módulo de la fuerza neta que actúa sobre un cuerpo en función de su rapidez. El área bajo la curva representa

- A) impulso.
- B) variación de momentum.
- C) trabajo mecánico.
- D) aceleración.
- E) potencia mecánica.



5. ¿En cuál de los siguientes casos es mayor el trabajo realizado?



6. Cuando un hombre sube por una escalera de **a** metros de largo, hasta una terraza ubicada a **b** metros del suelo, con una caja de **c** kilogramos, considerando  $|\vec{g}| = 10 \frac{m}{s^2}$ , el trabajo realizado para subir la caja hasta la terraza es igual a
- A)  $10 b \cdot c$   
 B)  $10 a \cdot c$   
 C)  $10 a \cdot b$   
 D)  $10 a \cdot b \cdot c$   
 E)  $10 \cdot (a + b)$
7. Una masa de 3 kg acelera desde el reposo según la fuerza representada en la figura 13. El trabajo realizado en los cuatro primeros metros es

- A) 8 J  
 B) 0,4 J  
 C) 4 J  
 D) 10 J  
 E) Otro valor.

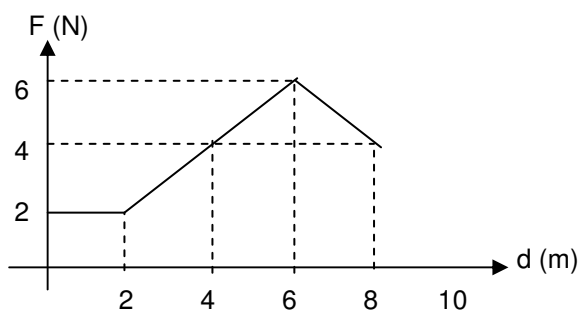


Fig. 13

8. La potencia mecánica  $P$  de una máquina A que realiza su trabajo  $W$  en un tiempo  $t$ , comparado con la potencia  $P'$  de una máquina B que realiza un trabajo  $3W$  en un tiempo  $\frac{t}{3}$ , permite asegurar que  $P'$  es
- A)  $9P$   
 B)  $3P$   
 C)  $P$   
 D)  $P/3$   
 E)  $P/9$
9. Un bloque de 4 kg inicialmente en reposo, es empujado por una fuerza constante y horizontal a lo largo una distancia de 15m sobre una superficie lisa y horizontal, durante 2s. El trabajo realizado en Joules es
- A) 50  
 B) 150  
 C) 250  
 D) 350  
 E) 450

10. Se instala un motor en lo alto de un edificio para realizar las siguientes tareas:

- I) Elevar un cuerpo de masa  $100\text{ kg}$  a  $20\text{ m}$  de altura en  $10\text{ s}$ .
- II) Elevar un cuerpo de masa  $200\text{ kg}$  a  $10\text{ m}$  de altura en  $20\text{ s}$ .
- III) Elevar un cuerpo de masa  $300\text{ kg}$  a  $15\text{ m}$  de altura en  $30\text{ s}$ .

El orden creciente de las potencias que el motor deberá desarrollar al ejecutar las tareas anteriores es:

- A) I, II, III
- B) I, III, II
- C) II, I, III
- D) III, I, II
- E) II, III, I

11. Un cuerpo de masa  $2\text{ M}$  es subido hasta una altura  $3h$  por un agente exterior en un tiempo  $2t$ . Si el movimiento es uniforme. La rapidez con que se realizó el trabajo es

- A)  $6\text{ Mg} \cdot h/t$
- B)  $3\text{Mg} \cdot h/t$
- C)  $3\text{ Mg} \cdot h/2t$
- D)  $\text{Mg} \cdot h/2t$
- E)  $\text{Mg} \cdot h/6t$

12. Con respecto a la energía cinética de un cuerpo, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es incorrecta?

- A) La energía cinética de un cuerpo depende de su masa y rapidez.
- B) La energía cinética no puede ser negativa.
- C) Si duplicamos la rapidez de un cuerpo, su energía cinética se cuadruplica.
- D) El gráfico de energía cinética de un cuerpo en función de su rapidez es una parábola.
- E) La energía cinética de un cuerpo es proporcional a su rapidez.

13. Al caer libremente un cuerpo desde una altura " $h$ ", se puede decir de sus energías potencial ( $E_p$ ) y cinética ( $E_c$ ) en la mitad de la altura, que

- A) disminuyen  $E_p$  y  $E_c$  a la mitad.
- B) se mantienen  $E_p$  y  $E_c$ .
- C) duplican sus valores  $E_p$  y  $E_c$ .
- D) se duplica  $E_p$  y disminuye  $E_c$ .
- E) aumenta  $E_c$  y disminuye a la mitad  $E_p$ .

14. Si la masa de un cuerpo disminuye a la mitad y su rapidez se cuadruplica entonces su energía cinética se

- A) duplica.
- B) cuadruplica.
- C) hace 32 veces mayor.
- D) hace 16 veces mayor.
- E) octuplica.

15. El cuerpo de la figura 14, se desplaza por un plano horizontal sin roce con velocidad de  $3\text{ m/s}$  y en seguida sube una rampa también sin roce alcanzando una altura máxima  $h$ . Si la masa del cuerpo es  $1\text{ Kg}$ ; la energía potencial cuando llegue a A

- A) dependerá del ángulo  $\theta$ .
- B) será igual a  $4,5\text{ J}$ .
- C) sólo se puede calcular si se conocen  $\theta$  y  $h$ .
- D) sólo se puede calcular si se conocen  $h$  y  $g$ .
- E) dependerá del valor de  $\theta$ , exclusivamente.

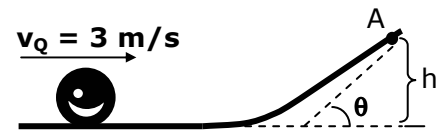


Fig. 14

16. Una masa  $m$  se levanta a una altura  $h$  sobre el nivel del piso y luego se deja caer libremente. Si  $g$  es el módulo de la aceleración de gravedad, entonces el valor de su energía cinética después de recorrer  $3/4$  de  $h$ , es igual a

- A)  $mgh$
- B)  $\frac{mgh}{3}$
- C)  $\frac{mgh}{4}$
- D)  $\frac{3mgh}{4}$
- E)  $\frac{4mgh}{3}$

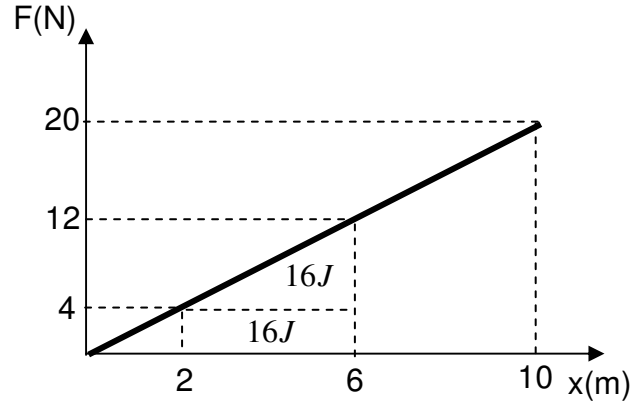
17. Una partícula sube verticalmente con velocidad constante. Si  $E_p$ ,  $E_c$ ,  $E$  son respectivamente la energía potencial, cinética y mecánica podemos afirmar que sus valores son tales que

- |    | $E_p$     | $E_c$     | $E$       |
|----|-----------|-----------|-----------|
| A) | aumenta   | aumenta   | aumenta   |
| B) | aumenta   | disminuye | constante |
| C) | disminuye | disminuye | disminuye |
| D) | aumenta   | constante | aumenta   |
| E) | constante | constante | constante |

18. Un cuerpo de 10 kg que es arrojado horizontalmente sobre la cubierta de una mesa, inicia su movimiento con rapidez de 10 m/s y abandona la cubierta con una rapidez de 5m/s. El trabajo realizado por la fuerza de roce es
- A) nulo.
  - B) -50 J.
  - C) -375 J.
  - D) No se puede determinar sin conocer la fuerza de roce.
  - E) Ninguna de las anteriores.
19. Se tienen dos cuerpos de masas  $m_1$  y  $m_2$ , y rapideces  $V_1$  y  $V_2$  respectivamente. La masa del primero es cuatro veces la del segundo. Para que sus energías cinéticas sean iguales, sus rapideces deben ser
- A)  $V_1 = 4 \cdot V_2$
  - B)  $V_1 = 16 \cdot V_2$
  - C)  $V_2 = 2 \cdot V_1$
  - D)  $V_2 = 4 \cdot V_1$
  - E)  $V_2 = 16 \cdot V_1$
20. Se tienen dos cuerpos A y B, de masas  $m_A$  y  $m_B$ , rapideces respectivas  $V_A$  y  $V_B$  y energías cinéticas respectivas  $E_A$  y  $E_B$ . Si  $m_B = 2 m_A$  y  $V_B = 2V_A$ , la relación  $E_A/E_B$  es
- A) 1: 1
  - B) 1: 4
  - C) 1: 8
  - D) 8: 1
  - E) 4: 1

### **Solución ejemplo 1**

Para calcular el trabajo, debemos encontrar el área entre  $X = 2\text{m}$  y  $X = 6\text{m}$ .



**La alternativa correcta es C**

### **Solución ejemplo 2**

Por definición de potencia, tenemos lo siguiente

$$W = p \cdot t = 100KWh$$

**La alternativa correcta es D**

### **Solución ejemplo 3**

El problema es sencillo de resolver, aplicando la relación entre trabajo y energía cinética:

$$W_N = \Delta E_C = \frac{1}{2}m(V_F^2 - V_I^2) = 300J$$

**La alternativa correcta es B**

### **Solución ejemplo 4**

La solución se basa en el manejo de las expresiones que permiten obtener la energía cinética y potencial

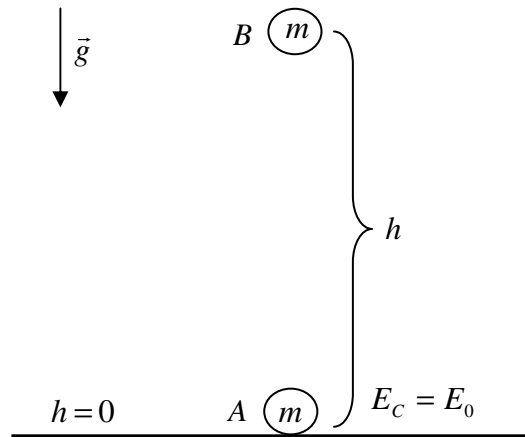
$$E_p = E_c \Rightarrow m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2$$

Por lo tanto

$$100 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot V^2 \Rightarrow V = 10 \frac{m}{s}$$

**La alternativa correcta es C**

### **Solución ejemplo 5**



Como no existe roce, la energía mecánica se conserva

$$E_{MA} = E_{MB} \Rightarrow E_0 + 0 = E_{CB} + m \cdot g \cdot h$$

por lo tanto la energía cinética es  $E_0 - m \cdot g \cdot h$ .

**La alternativa correcta es C**

DSIFC09

**Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web.**

<http://clases.e-pedrovaldivia.cl/>