MATERIAL: FM-01

MAGNITUDES ESCALARES Y VECTORIALES

Sistema internacional de medidas

En 1960, un comité internacional estableció un conjunto de patrones para estas magnitudes fundamentales. El sistema que se ingresó es una adaptación del sistema métrico, y recibe el nombre de *Sistema Internacional (SI) de unidades*.

Magnitudes Fundamentales	**Nombre**	**Símbolo**
Longitud	metro	m
Masa	Kilogramo	Kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	ampere	A
Temperatura	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

También existen *Magnitudes Derivadas* que se obtienen a partir de las fundamentales por medio de ecuaciones matemáticas. Como por ejemplo, el área que es derivada de longitud.

Nota: en cualquier fenómeno físico que se analiza, se debe tener en cuenta las unidades de medidas con las cuales se trabaja, ya que deben ser compatibles, de lo contrario se procede a la conversión de unidades.

Ejemplo:

1. 90 m/s se puede expresar como

   A) 25 Km/h
   B) 1500 Km/h
   C) 900 Km/h
   D) 360 Km/h
   E) 324 Km/h

Escalares

Son magnitudes físicas fáciles de reconocer, ya que para identificarlas sólo necesitamos saber su *magnitud* y la unidad de medida.

Ejemplos: rapidez, masa, tiempo, distancia, área, perímetro, densidad, volumen, temperatura, etc.

Vectores

Un vector se identifica por 4 características fundamentales*: punto de aplicación, magnitud (módulo o largo), sentido* (indicado por la flecha) *y dirección* (indicado por la línea recta que pasa sobre el vector).

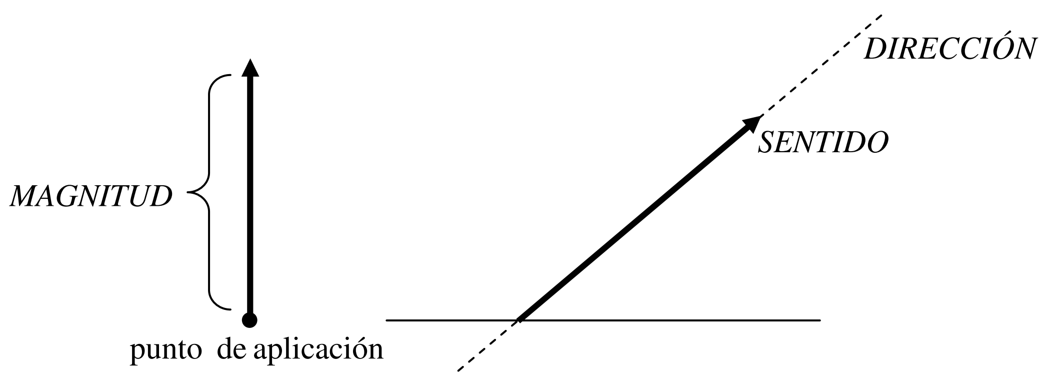


Fig. 1

Una magnitud vectorial se simboliza con una letra que lleva una flecha en su parte superior $\vec{A}$.

Si queremos referirnos a la magnitud del vector $\vec{A}$ se denota por $|\vec{A}|$.

Algunos ejemplos de magnitudes vectoriales son: desplazamiento, velocidad, aceleración, fuerza, momentum lineal, torque, etc.

Ejemplo:

2. De las siguientes afirmaciones sobre el vector $\overrightarrow{PQ}$

    I) El punto P es el origen de $\overrightarrow{PQ}$.
    II) El vector $\overrightarrow{PQ}$ se puede abreviar $\overrightarrow{QP}$.
    III) El punto Q es el término de $\overrightarrow{PQ}$.

    De estas afirmaciones es (son) verdadera (s)

    A) Sólo I
    B) Sólo III
    C) Sólo I y II
    D) Sólo I y III
    E) I, II, y III

Representación de un vector

Sea $\vec{C}$ un vector tridimensional (tres dimensiones X, Y, Z)

$$\vec{C} = (C_X, C_Y, C_Z)$$

Donde:

C_X es la componente del vector en la dirección de X.
C_Y es la componente del vector en la dirección de Y.
C_Z es la componente del vector en la dirección de Z.

La otra forma de escribir un vector, es en función de vectores unitarios (de magnitud 1) asociados a cada eje.

- Al eje X asociamos el vector unitario $\vec{i}$
- Al eje Y asociamos el vector unitario $\vec{j}$
- Al eje Z asociamos el vector unitario $\vec{k}$

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

El vector $\vec{C}$ queda representado de la siguiente forma:

$$\vec{C} = C_X\vec{i} + C_Y\vec{j} + C_Z\vec{k}$$

La magnitud de $\vec{C}$ es:

$$|\vec{C}| = \sqrt{(C_X)^2 + (C_Y)^2 + (C_Z)^2}$$

Ejemplo:

3. De acuerdo a la figura 2, la componente del vector en la dirección del eje X es

A) $|\vec{A}| \cdot sen\alpha$

B) $|\vec{A}| \cdot tg\alpha$

C) $|\vec{A}| \cdot \cos\alpha$

D) $|\vec{A}| \cdot \sec\alpha$

E) $|\vec{A}| \cdot \csc\alpha$

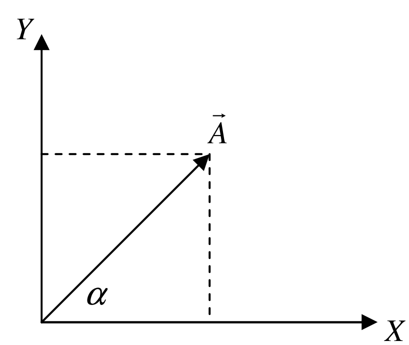
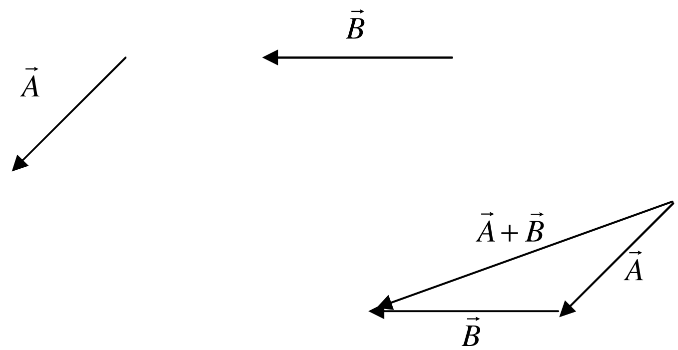


Fig. 2

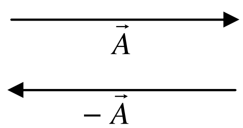
Álgebra de vectores

i. Adición (método del triángulo)

Al sumar dos vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$, primero se dibuja $\vec{A}$ y a continuación se dibuja $\vec{B}$, procurando mantener las proporciones, luego el origen de $\vec{A}$ se une con el final de $\vec{B}$ (punta de la flecha).

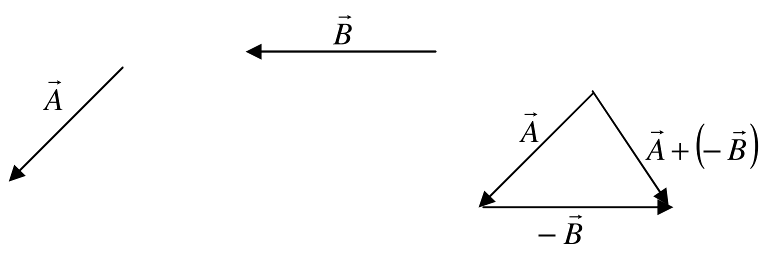


Nota:
Encontrar el *opuesto* de un vector equivale a hallar otro, que posea igual magnitud y dirección, pero con sentido opuesto. Matemáticamente el opuesto de $\vec{A}$ es $-\vec{A}$.



ii. Sustracción

Se procede como en la suma, es decir, para obtener $\vec{A}-\vec{B}$, se procede a efectuar la operación $\vec{A}+\left(-\vec{B}\right)$ obteniéndose así una suma de dos vectores.



Ejemplo:

4. La figura 3 muestra dos vectores perpendiculares ($\vec{U}$ y $\vec{V}$). Si $\left|\vec{U}\right|=8$ y $\left|\vec{V}\right|=15$, entonces la magnitud del vector resultante de la resta entre ellos es

   A) 7
   B) 8
   C) 15
   D) 17
   E) 23

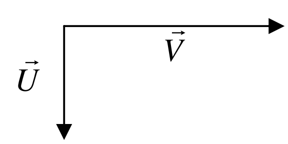


Fig.3

iii. Producto punto (escalar)

Sean

$$\vec{A} = (A_X, A_Y, A_Z) \text{ y } \vec{B} = (B_X, B_Y, B_Z)$$

El producto punto entre ellos se calcula de la siguiente forma:

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = A_X \cdot B_X + A_Y \cdot B_Y + A_Z \cdot B_Z$$

Nota: el resultado del producto punto es un *escalar.*

Propiedades:
- el producto punto es conmutativo $\vec{A} \bullet \vec{B} = \vec{B} \bullet \vec{A}$.
- el producto punto entre dos vectores perpendiculares es cero.

iv. Producto cruz (vectorial)

Utilizando los vectores anteriores, el producto cruz se calcula de la siguiente forma:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_X & A_Y & A_Z \\ B_X & B_Y & B_Z \end{vmatrix} = (A_Y B_Z - A_Z B_Y)\vec{i} + (A_Z B_X - A_X B_Z)\vec{j} + (A_X B_y - A_y B_X)\vec{k}$$

Nota: el resultado es un vector perpendicular al vector $\vec{A}$ y $\vec{B}$.

Propiedades:
- el producto cruz no es conmutativo
- el producto cruz entre dos vectores paralelos es cero.

Ejemplo:

5. Sean $\vec{A} = (2, K)$ y $\vec{B} = (4,4)$.
   ¿Cuál es el valor de la constante K para que los vectores sean perpendiculares entre sí?

   A) -1
   B) 1
   C) 2
   D) -2
   E) 0

PROBLEMAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

1. De las siguientes magnitudes, la fundamental es

   A) Área
   B) Volumen
   C) Tiempo
   D) Rapidez
   E) Aceleración

2. De las siguientes unidades de medida, la fundamental para el SI es

   A) Hora
   B) Centímetro
   C) Gramo
   D) Candela
   E) Newton

3. Un volumen de $10m^3$, equivale a:

   A) $10^3 cm^3$
   B) $10^6 cm^3$
   C) $10^5 cm^3$
   D) $10^7 cm^3$
   E) $10^8 cm^3$

4. Sea X posición con dimensión L y t tiempo con dimensión T, la dimensión de k_1, en la siguiente ecuación es

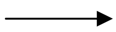
$$X = k + k_1 t + \frac{1}{2} k_2 t^2$$

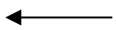
   A) T
   B) LT^{-1}
   C) L
   D) LT^{-2}
   E) LT

5. Se sabe que una fuerza se da en $Kg \cdot m/s^2$, si las dimensiones de longitud, masa y tiempo son respectivamente L, M, T. ¿Cuál es la dimensión de fuerza?

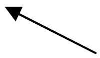
   A) M
   B) MLT^2
   C) ML
   D) MLT^{-2}
   E) MLT

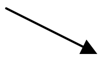
6. Dados los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$, de igual módulo (figura 4), entonces el vector $\vec{A}+\vec{B}$ es aproximadamente

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

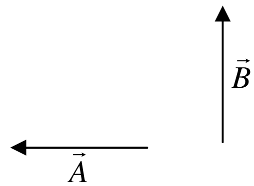


Fig. 4

7. La magnitud máxima de la sustracción de dos vectores, cuyas magnitudes son 6 y 8 respectivamente es

A) 5
B) 8
C) 10
D) 14
E) 48

8. Dados los vectores:

$\vec{A}$ de magnitud 10 en la dirección positiva del eje x.
$\vec{B}$ de magnitud 2 en la dirección negativa del eje x.
$\vec{C}$ de magnitud 15 en la dirección positiva del eje y.
$\vec{D}$ de magnitud 9 en la dirección negativa del eje y.

La magnitud de la suma de los vectores es

A) 5
B) 0
C) 10
D) $\sqrt{5}$
E) $\sqrt{10}$

9. En la figura 5, $\vec{E}$ es el vector resultante de

A) $\vec{G}+\vec{D}$
B) $\vec{F}+\vec{C}+\vec{D}$
C) $\vec{G}-\vec{D}$
D) $\vec{F}-\vec{C}+\vec{D}$
E) $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}$

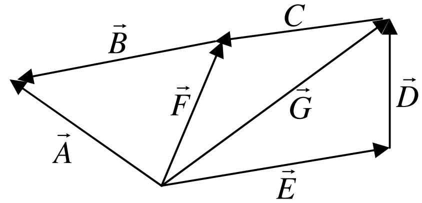


Fig. 5

10. En la figura 5, $\vec{A}$ es el vector resultante de

A) $\vec{E}+\vec{D}+\vec{C}+\vec{B}$
B) $\vec{F}-\vec{D}$
C) $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}+\vec{D}$
D) $\vec{G}-\vec{D}$
E) $\vec{E}+\vec{F}+\vec{G}$

11. Si dos vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$, tienen igual módulo, entonces **siempre** se cumple que

I) $\vec{a}+\vec{b}=2\vec{a}=2\vec{b}$
II) $\vec{a}-\vec{b}=0$
III) $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=2\vec{a}$

De las afirmaciones, es (son) verdadera(s)

A) Sólo II
B) Sólo III
C) Sólo I y II
D) Todas
E) Ninguna de las anteriores

12. En la figura 6, N es el punto medio del vector $\overrightarrow{TR}$. Entonces $\overrightarrow{SN}$ es igual a

A) $\vec{s}+\frac{\vec{r}}{2}$
B) $\frac{\vec{s}+\vec{r}}{2}$
C) $\vec{s}-\frac{\vec{r}}{2}$
D) $\frac{\vec{s}}{2}-\frac{\vec{r}}{2}$
E) $\vec{s}-\vec{r}$

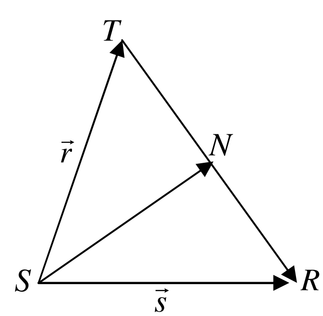


Fig. 6

13. De las siguientes afirmaciones:

I) Dos vectores iguales son paralelos.
II) Dos vectores paralelos pueden ser diferentes entre sí.
III) Dos vectores paralelos de sentido opuesto no son iguales.

Es (son) verdaderas(s)

A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

14. En la figura 7, son resultantes de una adición de vectores

I) $\overrightarrow{AB}$
II) $\overrightarrow{CD}$
III) $\overrightarrow{EF}$

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo I y II
D) Sólo II y III
E) I, II y III

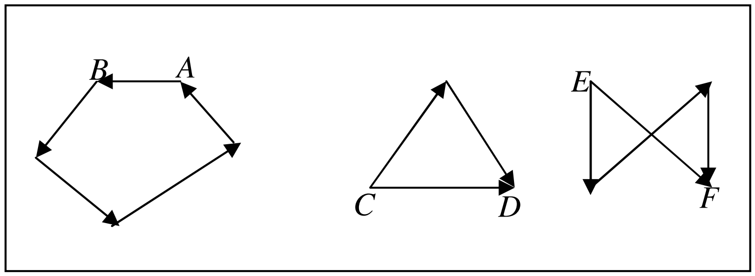


Fig. 7

15. En el cuadrilátero de la figura 8, se pueden establecer varias relaciones, **excepto** que

A) $\overrightarrow{RQ} = \overrightarrow{SQ} - \overrightarrow{SR}$

B) $\overrightarrow{SQ} = \overrightarrow{SR} + \overrightarrow{RT} - \overrightarrow{QT}$

C) $\overrightarrow{RT} = \overrightarrow{ST} - \overrightarrow{SR}$

D) $\overrightarrow{ST} = \overrightarrow{QT} + \overrightarrow{SQ}$

E) $\overrightarrow{SR} = \overrightarrow{SQ} + \overrightarrow{RQ}$

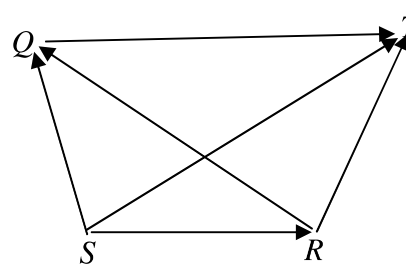


Fig. 8

16. Con respecto a los vectores representados en la figura 9 es correcto afirmar que

A) $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=\vec{D}$
B) $\vec{A}+\vec{D}=\vec{B}+\vec{C}$
C) $\vec{A}+\vec{B}+\vec{D}=\vec{C}$
D) $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=-\vec{D}$
E) $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}+\vec{D}$

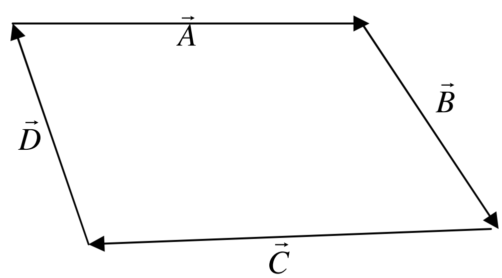


Fig. 9

17. La relación vectorial correcta existente entre los vectores representados en la figura 10 es

A) $\vec{Z}+\vec{U}=\vec{V}$
B) $\vec{V}+\vec{U}=\vec{Z}$
C) $\vec{Z}+\vec{V}=\vec{U}$
D) $\vec{V}+\vec{U}=-\vec{Z}$
E) $\vec{Z}+\vec{U}+\vec{V}=\vec{0}$

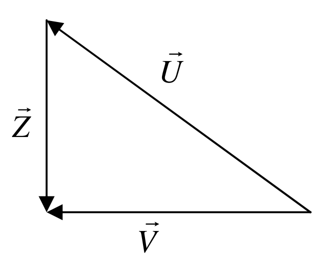


Fig. 10

18. Si $\vec{A}$ y $\vec{B}$ son paralelos entre si

I) el producto punto entre ellos es cero.
II) el producto cruz entre ellos es cero.
III) son iguales.

Es (son) siempre verdaderas (s)

A) Sólo II
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

En las preguntas 19 y 20 escriba cada vector en términos de $\vec{a}$ y/o $\vec{b}$ de acuerdo a la figura 11 y 12 respectivamente

19.
A) $\overrightarrow{BA}$ =
B) $\overrightarrow{AC}$ =
C) $\overrightarrow{DB}$ =
D) $\overrightarrow{AD}$ =

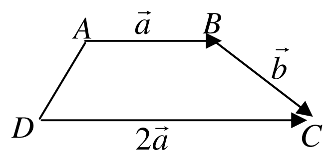


Fig. 11

20.
A) $\overrightarrow{ZX}$ =
B) $\overrightarrow{YW}$ =
C) $\overrightarrow{XY}$ =
D) $\overrightarrow{XZ}$ =

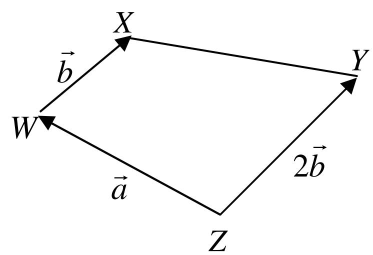


Fig. 12

Solución ejemplo 1

Para convertir de m /s a Km /h se debe multiplicar por 3,6
Para convertir de Km /h a m /s se debe dividir por 3,6

$$90 \cdot 3{,}6 = 324\, Km/h$$

La alternativa correcta es E

Solución ejemplo 2

La afirmación II es falsa, ya que el vector $\overrightarrow{QP}$ es el *opuesto* (sentido contrario) de $\overrightarrow{PQ}$

La alternativa correcta es D

Solución ejemplo 3

En la figura 2 existe un triangulo rectángulo, entonces por trigonometría

$$\cos\alpha = \frac{A_X}{\left|\vec{A}\right|} \Rightarrow A_X = \left|\vec{A}\right| \cdot \cos\alpha$$

La alternativa correcta es C

Solución ejemplo 4

¡Pensando! basta con aplicar el Teorema de Pitágoras

$\left|\vec{U} - \vec{V}\right| = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$

La alternativa correcta es D

Solución ejemplo 5

$$\vec{A} \bullet \vec{B} = 0 \Rightarrow 8 + 4K = 0 \Rightarrow K = -2$$

La alternativa correcta es D

DSIFM01