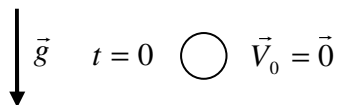


CINEMÁTICA II

CAIDA LIBRE

En cinemática, la **caída libre** es un movimiento donde solamente influye la gravedad. En este movimiento se desprecia el rozamiento del cuerpo con el aire, es decir, se estudia en el vacío. El movimiento de la caída libre es un **movimiento uniformemente acelerado**. Según Galileo Galilei (1564 - 1642), la aceleración instantánea es independiente de la masa del cuerpo, es decir, si soltamos un coche y una pulga, ambos cuerpos tendrán la misma aceleración, que coincide con la aceleración de la gravedad (\vec{g}). Esto último implica que, si dejamos caer (en $t = 0s$) cuerpos de diferentes masas desde la misma altura, llegarán al suelo con la misma velocidad y en el mismo instante de tiempo.

Antes de analizar las ecuaciones, es conveniente hacer algunos comentarios generales. En problemas que tratan con cuerpos en caída libre y lanzamientos verticales, es demasiado importante elegir un sentido positivo y seguir este criterio en forma consistente al sustituir los valores conocidos. El signo de la respuesta es necesario para determinar desplazamiento y velocidad en tiempos específicos, no así cuando se desea determinar distancia recorrida y rapidez, ya que en ese caso tomamos el módulo (magnitud) del resultado. Si la dirección ascendente se elige como positiva, un valor positivo para $X(t)$ indica un desplazamiento por arriba del punto de partida; si $X(t)$ es negativo, representa un desplazamiento por debajo el punto de partida. En forma similar los signos de V_0 (velocidad inicial) y las velocidades instantáneas $V(t)$. La figura 1 muestra el comportamiento de un cuerpo en caída libre.



Por simplicidad en los cálculos, se tomará $X_0 = 0m$

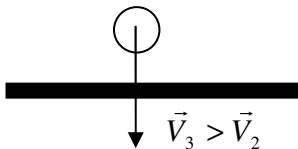
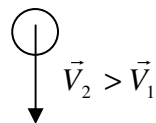
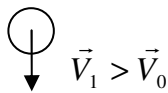


Fig.1

$$X(t) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$V(t) = -g \cdot t$$

$$a(t) = -g = cte$$

Nota: el signo negativo es por la convención (hacia abajo negativo).

LANZAMIENTOS VERTICALES

El **lanzamiento vertical hacia abajo** es similar a la caída libre (movimiento rectilíneo uniformemente acelerado), con la diferencia que la velocidad inicial es diferente de cero ($\vec{V}_0 \neq \vec{0}$).

El **lanzamiento vertical hacia arriba**, es un movimiento rectilíneo uniformemente retardado.

Manteniendo la convención hecha anteriormente, las ecuaciones que rigen a estos movimientos son las siguientes:

$$\begin{aligned} X(t) &= \pm V_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \\ V(t) &= \pm V_0 - g \cdot t \\ a(t) &= -g = cte \end{aligned}$$

Nota: recuerda $\vec{V}_0 > \vec{0}$ (hacia arriba); $\vec{V}_0 < \vec{0}$ (hacia abajo), todo esto para el cálculo de desplazamiento y velocidad instantánea. En el caso que se requiera distancia recorrida o rapidez instantánea, debes tomar la magnitud del resultado.

Para la mayoría de los ejercicios se usará $|\vec{g}| \approx 10 \frac{m}{s^2}$.

Análisis del movimiento de ida y vuelta:

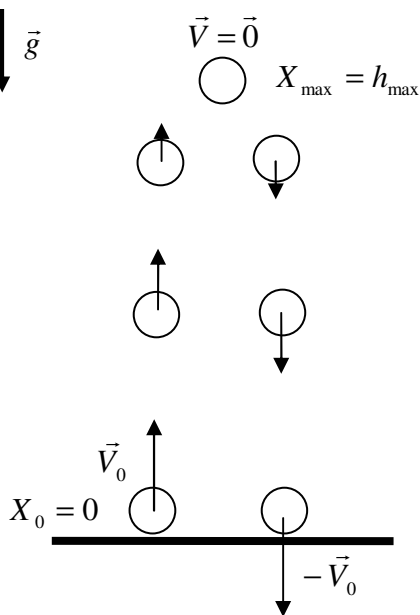


Fig.2

Al observar la figura 2, existe una simetría en el movimiento, lo que implica que el tiempo de ida y vuelta son los mismos; la distancia total recorrida, equivale al doble de la altura máxima alcanzada por el cuerpo.

Importante destacar que la aceleración siempre está actuando, y en la altura máxima sólo se anula la velocidad instantánea.

Las expresiones que se dan a continuación nos permiten calcular el tiempo de subida y la altura máxima alcanzada por el cuerpo.

$$t_{\text{subida}} = \frac{V_0}{g} \quad h_{\max} = \frac{(V_0)^2}{2 \cdot g}$$

En las expresiones anteriores se muestra que, en estos movimientos, la masa del cuerpo es indiferente. El tiempo de subida es proporcional con la velocidad inicial, y la altura máxima es proporcional con la velocidad inicial al cuadrado.

Las ecuaciones mostradas anteriormente, se pueden demostrar utilizando las ecuaciones del lanzamiento vertical hacia arriba.

Sabemos que la velocidad instantánea en la altura máxima es cero, con lo cual podemos obtener el tiempo de subida:

$$V(t_{subida}) = 0 \Rightarrow V_0 - g \cdot t_{subida} = 0$$

despejando tenemos lo siguiente

$$t_{subida} = \frac{V_0}{g} \text{ Q.E.D}$$

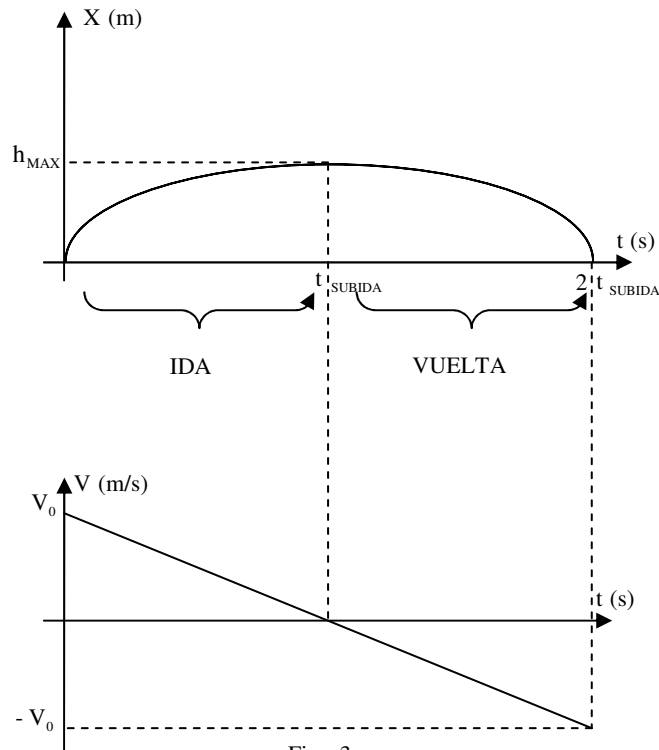
Reemplazando el tiempo de subida en la ecuación de posición, obtenemos la altura máxima

$$X(t_{subida}) = V_0 \cdot t_{subida} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t_{subida})^2 \Rightarrow h_{max} = \frac{(V_0)^2}{g} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{(V_0)^2}{g} \right)$$

restando, tenemos

$$h_{max} = \frac{(V_0)^2}{2 \cdot g} \text{ Q.E.D}$$

Análisis gráfico del movimiento de ida y vuelta



La aceleración es constante y siempre esta dirigida hacia abajo



Fig.4

Análisis cualitativo del lanzamiento de proyectiles

El caso más general se presenta cuando el proyectil se lanza con cierto ángulo con respecto a la horizontal. Este movimiento se caracteriza por ser compuesto, ya que cuando el proyectil va de subida posee un movimiento retardado en la vertical y un MUR en la horizontal; y cuando el proyectil va de bajada, posee un movimiento acelerado en la vertical y un MUR en la horizontal.

Cuando el proyectil alcanza la altura máxima, la componente de la velocidad en la vertical se anula, quedando sólo la componente en la horizontal (en ese punto el vector velocidad y aceleración son perpendiculares).

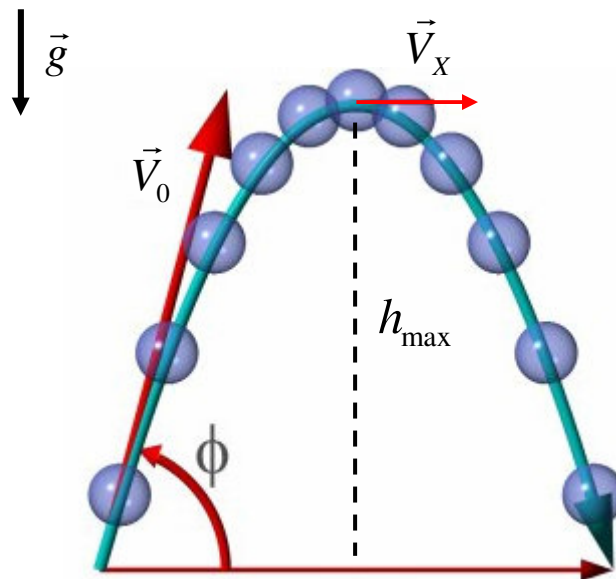


Fig. 5

Ejemplos:

Para los ejemplos y ejercicios, use $|\vec{g}| = 10 \frac{m}{s^2}$

En los problemas desprece fuerzas externas, salvo que se diga lo contrario.

1. Un cuerpo se deja caer libremente desde una altura de 80m. ¿Qué tiempo emplea en llegar al piso?
 - A) 4s
 - B) 6s
 - C) 8s
 - D) 12s
 - E) 16s

2. El cuerpo del problema anterior, ¿con qué rapidez llega al piso?
 - A) 20 m/s
 - B) 40 m/s
 - C) 60 m/s
 - D) 80 m/s
 - E) 160 m/s

3. Si se lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/s podemos afirmar correctamente que
 - I) 4s después del lanzamiento la pelota alcanza su altura máxima.
 - II) la altura máxima que alcanza la pelota depende de la masa.
 - III) la rapidez de la pelota disminuye constantemente desde que es lanzado hacia arriba y alcanza su altura máxima.
 - A) Solo I
 - B) Solo I y III
 - C) Solo III
 - D) I, II, III
 - E) Ninguna de las anteriores.

4. En general la trayectoria de un proyectil en un campo gravitacional uniforme es
 - A) Rectilínea
 - B) Circular
 - C) Parabólica
 - D) Hiperbólica
 - E) Elíptica

PROBLEMAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

1. En el movimiento de caída libre
 - A) la rapidez es constante.
 - B) la aceleración es constante.
 - C) la aceleración aumenta paulatinamente.
 - D) la rapidez final es de 10 m/s.
 - E) la distancia recorrida es proporcional al tiempo.

2. En los lanzamientos verticales, si la rapidez con que un cuerpo es lanzado hacia arriba se duplica y despreciamos el roce, debe esperarse que la altura que alcance dicho cuerpo se
 - A) duplique.
 - B) triplique.
 - C) cuadruple.
 - D) septuple.
 - E) conserve.

3. Si se lanza un cuerpo hacia abajo con una rapidez de $5\frac{m}{s}$, entonces al cabo de 1s habrá recorrido
 - A) 5 m
 - B) 10 m
 - C) 15 m
 - D) 20 m
 - E) 25 m

4. Si un objeto es lanzado hacia arriba, entonces, mientras está en el aire, la aceleración
 - A) está siempre dirigida hacia arriba.
 - B) se opone siempre a la velocidad.
 - C) tiene siempre sentido del movimiento.
 - D) es nula en el punto más alto de la trayectoria.
 - E) está siempre dirigida hacia abajo.

5. Si se deja caer una piedra sin velocidad inicial, entonces al cabo de 1s, la rapidez de la piedra es igual a
 - A) 10 m/s
 - B) 5 m/s
 - C) 4 m/s
 - D) 2 m/s
 - E) 1 m/s

6. Dos cuerpos A y B de masas $m_A = \frac{1}{2}m_B$, son lanzados verticalmente hacia arriba simultáneamente, con igual velocidad inicial a partir del suelo en una región donde la aceleración de gravedad es constante. Despreciando la resistencia del aire, podemos afirmar que

- A) A alcanza una menor altura que B y llega al suelo antes que B.
- B) A alcanza una menor altura que B y llega al suelo al mismo tiempo que B.
- C) A alcanza igual altura que B y llega al suelo antes que B.
- D) A alcanza una altura igual que B y llega al suelo al mismo tiempo que B.
- E) A alcanza un altura igual que B y llega al suelo después que B.

7. La figura 6 muestra la trayectoria de una pelota. Si P es el vértice de la parábola (altura máxima), entonces en dicho punto

- A) la velocidad es cero, pero la aceleración no es cero.
- B) la velocidad no es cero, pero la aceleración es cero.
- C) la rapidez es menor que en Q, pero la aceleración es mayor que en Q.
- D) la velocidad y la aceleración son perpendiculares entre sí.
- E) Ninguna de las afirmaciones anteriores es correcta.

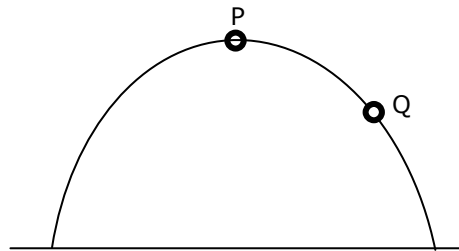


Fig.6

8. De un edificio es dejado caer un cuerpo desde el reposo. Si en el último segundo, antes de llegar al suelo recorre 25m, se puede concluir que fue abandonado desde una altura igual a

- A) 20 m
- B) 25 m
- C) 45 m
- D) 50 m
- E) 90 m

9. Desde tierra se lanza hacia arriba un proyectil, el cuál en t segundos alcanza una altura máxima de h metros regresando luego al lugar de lanzamiento. En el intervalo de tiempo $2t$ segundos, la velocidad media del proyectil es igual a

- A) 0
- B) $\frac{h}{t}$
- C) $\frac{h}{2t}$
- D) $\frac{2t}{h}$
- E) $\frac{4h}{t}$

10. La figura 7, muestra la siguiente situación:

Desde A y B se lanzan en el mismo instante 2 objetos iguales, verticalmente hacia arriba con velocidades iniciales v y $2v$. Si el objeto que se lanzó desde el punto A, llega sólo hasta B, ¿cuál es la distancia que separa a los objetos cuando el cuerpo que se lanzó de B comienza a descender?

- A) $2h$
- B) $3h$
- C) $4h$
- D) $5h$
- E) $6h$

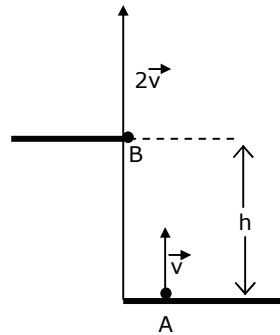


Fig.7

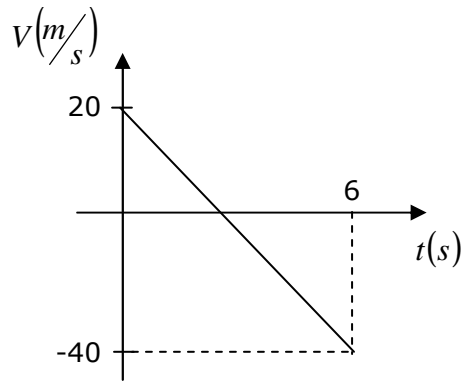
11. Se lanza una piedra hacia abajo, con rapidez inicial de 1 m/s. Entre 1s y 3s, la distancia recorrida es

- A) 45 m
- B) 48 m
- C) 10 m
- D) 6 m
- E) 42 m

12. Si una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba con una velocidad de 30 m/s, ¿qué tiempo emplea en alcanzar la máxima altura?
- A) 1,5 s
 - B) 2 s
 - C) 2,5 s
 - D) 3 s
 - E) 6 s
13. Se lanza verticalmente hacia arriba una pelota de masa m con una rapidez inicial v , alcanzando una altura H . Si se lanza verticalmente hacia arriba una pelota de masa $2m$ con una rapidez inicial $2v$, ésta deberá alcanzar una altura igual a
- A) $\frac{H}{2}$
 - B) H
 - C) $2H$
 - D) $4H$
 - E) $\sqrt{2H}$
14. Una pelota de tenis es soltada desde el reposo exactamente en el mismo instante y la misma altura, que una bala disparada de manera horizontal. De acuerdo a esta información se puede afirmar que
- A) la bala golpea primero el suelo.
 - B) la pelota golpea primero el suelo.
 - C) ambas golpean al mismo tiempo el suelo.
 - D) golpea primero el suelo la que tenga mayor masa.
 - E) Nada se puede afirmar por falta de información.
15. Un astronauta en la Luna, arrojó un objeto verticalmente hacia arriba, con una rapidez inicial de 8m/s. Si el objeto tardó 5s para alcanzar el punto más alto de su trayectoria, entonces el valor de la aceleración de la gravedad lunar es
- A) $9,8 \text{ m/s}^2$
 - B) $1,6 \text{ m/s}^2$
 - C) $3,2 \text{ m/s}^2$
 - D) $1,8 \text{ m/s}^2$
 - E) 2 m/s^2
16. Un objeto que se deja caer desde el reposo, recorre durante el primer segundo una distancia D_1 . Si en el siguiente segundo recorre una distancia adicional D_2 , entonces $\frac{D_1}{D_2} =$
- A) 1 : 1
 - B) 1 : 2
 - C) 1 : 3
 - D) 1 : 4
 - E) 1 : 5

17. Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba y su velocidad en función del tiempo se representa en el gráfico de la figura 8. La distancia recorrida desde $t=0s$ hasta $t=4s$ es de

- A) 20 m
- B) 40 m
- C) 60 m
- D) 80 m
- E) 100 m



18. Un jugador de fútbol golpea una pelota la cuál se eleva y luego cae en un determinado punto de la cancha. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta con respecto a la aceleración de la pelota durante el vuelo?

- A) Es la misma durante todo el trayecto.
- B) Depende de si la pelota va hacia arriba o hacia abajo.
- C) Es máxima en la cúspide de su trayectoria.
- D) Dependerá de cómo se golpeo la pelota.
- E) Ninguna de las anteriores.

19. Un mismo cuerpo se deja caer desde una altura de 10m en dos planetas diferentes. Si en el primer planeta la velocidad de llegada a la superficie es de $10\sqrt{2}$ m/s y en el segundo planeta la aceleración de gravedad es el doble que en el primero, ¿con qué velocidad llega el cuerpo al piso en el segundo planeta?

- A) 10 m/s
- B) 20 m/s
- C) 40 m/s
- D) $10\sqrt{2}$ m/s
- E) $20\sqrt{2}$ m/s

20. Desde una torre, se deja caer una piedra en $t = 0s$, y otra en $t = 1s$. En el instante $t = 3s$ la distancia que separa las piedras es

- A) 20 m
- B) 40 m
- C) 10 m
- D) 90 m
- E) 25 m

Solución ejemplo 1

Como el cuerpo se deja caer desde 80m, el desplazamiento fue -80m (hacia abajo). Entonces usando la ecuación de posición de caída libre

$$-80 = -5 \cdot t^2$$

de donde se obtiene $t_{caída} = 4s$

La alternativa correcta es A

Solución ejemplo 2

Utilizando la ecuación de velocidad instantánea, al momento de tocar el suelo ($t = 4s$)

$$\vec{V}(4) = -10 \cdot 4 = -40 \text{ m/s}$$

el resultado es 40 m/s ya que es la rapidez (magnitud de la velocidad)

La alternativa correcta es B

Solución ejemplo 3

La afirmación I es falsa. Debemos analizar el tiempo de subida de la pelota el cual depende de la velocidad inicial y la aceleración de gravedad

$$t_{subida} = \frac{20}{10} = 2s$$

La afirmación II es falsa. No apelamos a la masa del objeto para decidir que la altura máxima es alcanzada 2s después de su lanzamiento.

La afirmación III es verdadera. La rapidez disminuye constantemente en el tiempo, ya que es un movimiento con aceleración constante.

La alternativa correcta es C

Solución ejemplo 4

El problema es de respuesta sencilla, pero daremos una demostración formal

La posición varía en dos dimensiones X e Y, al igual que su velocidad inicial $\vec{V}_0 = (V_{0x}, V_{0y})$

La posición ésta dada por:

$$X(t) = V_{0x} \cdot t$$

$$Y(t) = V_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

esta expresión de Y es de la forma $Y = bx - ax^2$ (parábola), la cual se obtiene despejando el tiempo de la primera ecuación y reemplazándola en la segunda se

obtiene: $Y = \left(\frac{V_{0y}}{V_{0x}} \right) x - \left(\frac{g}{2V_{0x}^2} \right) x^2$

La alternativa correcta es C

DSIFM03

Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web.

<http://clases.e-pedrovaldivia.cl/>