

DINÁMICA II

En la naturaleza existen leyes de conservación. Una de estas leyes es la **de Conservación de la Cantidad de Movimiento**, la cual será analizada en esta guía. El concepto de **impulso** y su relación con la **cantidad de movimiento (Momentum lineal)**, constituyen el punto de partida para llegar a esa ley de conservación. Por ello iniciaremos exponiendo estos conceptos.

Cuando se golpea una pelota de golf en el campo de juego, una gran fuerza \vec{F} actúa sobre la pelota durante un corto intervalo de tiempo Δt , haciendo que ésta se acelere desde el reposo hasta una velocidad final. Es en extremo difícil medir tanto la fuerza como la duración de su acción; pero el producto de ambas $\vec{F} \cdot \Delta t$ puede calcularse en función del cambio de velocidad resultante de la pelota de golf. A partir de la segunda ley de Newton, sabemos que

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$

Multiplicando por Δt se tiene

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot (\vec{V}_f - \vec{V}_i)$$

Se define el **impulso** \vec{I} que la fuerza ejerce, mediante la expresión

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Observemos en la figura 1, que \vec{I} es un vector que tiene la misma dirección y el mismo sentido que \vec{F} . Por la expresión anterior vemos que en el SI la unidad de medida del impulso es $N \cdot s$.

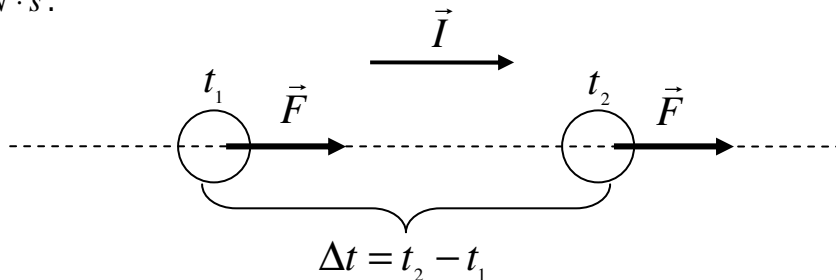


Fig. 1

Momentum lineal (\vec{p})

La figura 2 muestra una masa m que se mueve con una velocidad \vec{V} . Una cantidad física muy importante, relacionada con el movimiento del cuerpo, es la llamada cantidad de movimiento (o momentum lineal).

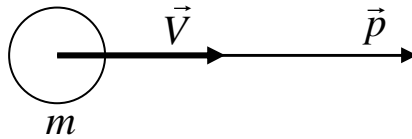


Fig. 2

Esta magnitud física, que también se denomina *ímpetu* es la que vamos a representar por la letra \vec{p} , se define de la siguiente manera

$$\vec{p} = m \cdot \vec{V}$$

El momentum lineal es una cantidad vectorial, de igual dirección y mismo sentido que el vector velocidad \vec{V} , como muestra la figura 2. Por la definición en el SI la unidad de medida del momentum lineal es $Kg \cdot m/s$.

Ejemplo:

1. La velocidad inicial de un proyectil forma con la horizontal un ángulo de 45° , como se muestra en la figura 3, despreciando la resistencia del aire, ¿cuál de los vectores de abajo representa mejor la variación de momentum lineal del proyectil, entre el instante que alcanza la altura máxima de la trayectoria y el instante de lanzamiento?

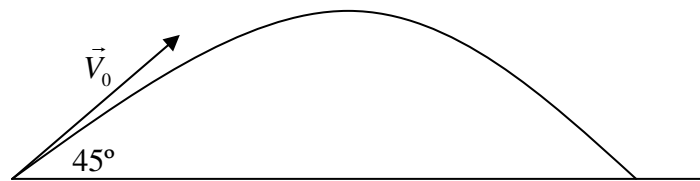






Fig. 3

- A) 
- B) 
- C) 
- D) 
- E) vector de módulo cero

Relación entre impulso y momentum lineal

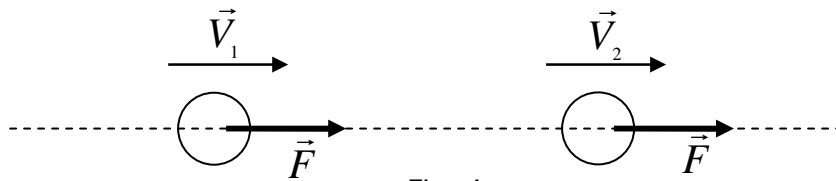


Fig. 4

En la figura 4 un cuerpo de masa m , se mueve con una velocidad \vec{V}_1 . Si una fuerza \vec{F} , constante, actúa sobre el cuerpo durante un intervalo de tiempo Δt , observaremos que su velocidad sufrirá una variación, pasando a ser \vec{V}_2 al final del intervalo. Suponiendo que \vec{F} sea la resultante de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, la segunda ley de Newton permite escribir

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

donde \vec{a} representa la aceleración adquirida por el cuerpo. Pero sabemos que $\vec{a} = \Delta \vec{V} / \Delta t$ luego obtenemos

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{V}_2 - m \cdot \vec{V}_1$$

Observemos, sin embargo, que

$\vec{F} \cdot \Delta t$ representa el impulso \vec{I} que recibió el cuerpo

$m \cdot \vec{V}_2$ representa la cantidad de movimiento del cuerpo, \vec{p}_2 , al final del intervalo Δt

$m \cdot \vec{V}_1$ representa la cantidad de movimiento del cuerpo, \vec{p}_1 , al inicio del intervalo Δt

Lo que implica

$$\vec{I} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \Delta \vec{p}$$

Ejemplo:

2. Dos cuerpos A y B de masas tales que $m_A > m_B$ están en reposo sobre una superficie sin roce. Si ambos cuerpos reciben el mismo impulso, entonces
- A) la velocidad de A es mayor que la de B.
 - B) la velocidad de B es mayor que la de A.
 - C) el momentum de A es mayor que el de B.
 - D) el momentum de B es mayor que el de A.
 - E) la variación del momentum de A es mayor que la variación del momentum de B.

Fuerzas internas y externas

Las fuerzas que actúan en un sistema de partículas se pueden clasificar en internas y externas. Si una partícula del sistema ejerce una fuerza sobre otra que también pertenezca al sistema, aquella será una fuerza interna. Por otra parte, si la fuerza que actúa sobre una partícula del sistema fuese ejercida por un agente que no pertenece al sistema, se tratará entonces de una fuerza externa.

Las fuerzas internas pueden producir variaciones en las cantidades de movimiento de partículas de un sistema, pero no producen variación en la cantidad de movimiento del mismo.

Choques

Choques directos y oblicuos: cuando dos cuerpos chocan, por ejemplo, en la colisión de dos bolas de billar, puede suceder que la dirección del movimiento de los cuerpos no se altere por el choque, o sea, que se muevan sobre una misma recta, antes y después de la colisión. Cuando esto sucede decimos que se produjo un **choque directo**.

Por otra parte, puede suceder que los cuerpos se muevan en distintas direcciones, antes o después del choque. En este caso la colisión se denomina **choque oblicuo**.

Choques elásticos e inelásticos: una colisión es **elástica** cuando los cuerpos que chocan no sufren deformaciones permanentes durante el impacto. Dos bolas de billar, por ejemplo, experimentan choques que se pueden considerar elásticos.

En caso contrario, si los cuerpos presentan deformaciones debido a la colisión estamos en presencia de un choque **inelástico**. Por ejemplo, si chocan dos automóviles y se mueven pegados después de la colisión.

Conservación del momentum lineal en los choques

En los casos que no existen fuerzas externas que actúen sobre los cuerpos que chocan, la cantidad de movimiento del sistema se conserva, si sobre él sólo actúan fuerzas internas.

Por lo tanto la cantidad de movimiento de un sistema de cuerpos que chocan, inmediatamente antes de la colisión, es igual a la cantidad de movimiento, inmediatamente después del choque.

En la figura 5 vemos un ejemplo de un choque elástico, para explicar la conservación de momentum.

Demostración de la ley de conservación de la cantidad de movimiento

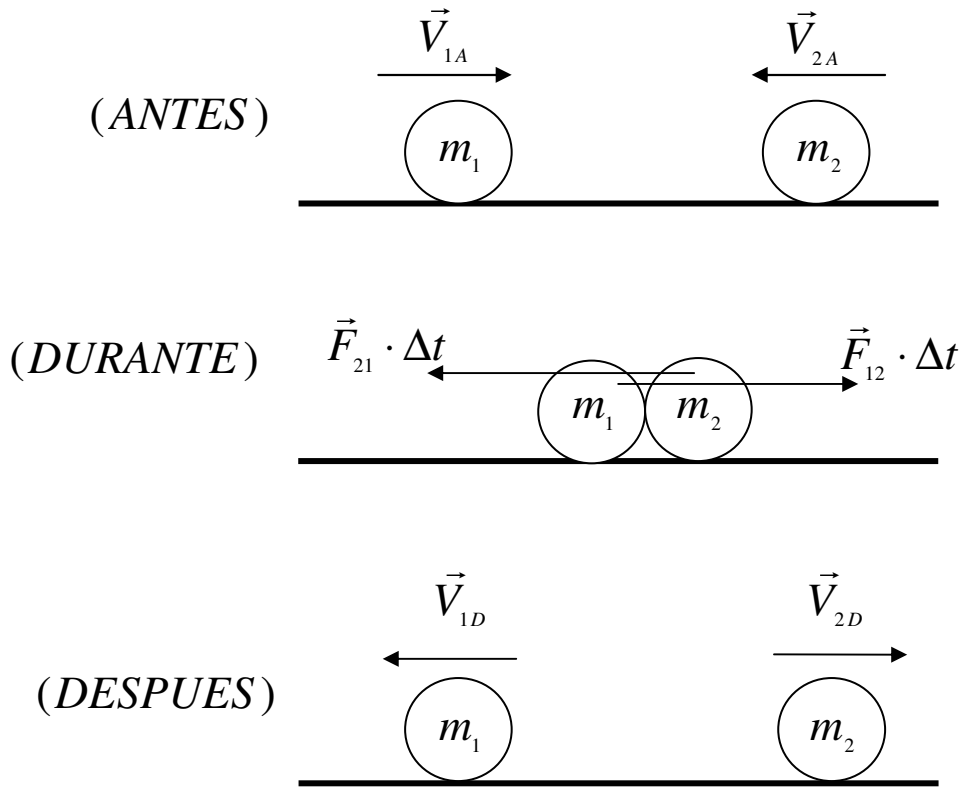


Fig.5

Consideremos una colisión directa entre las masas m_1 y m_2 , como lo muestra la figura 5. Suponga que las superficies están libres de fricción. Indicamos sus velocidades antes del impacto \vec{V}_{1A} y \vec{V}_{2A} ; y después del impacto como \vec{V}_{1D} y \vec{V}_{2D} . El impulso de la fuerza \vec{F}_{12} que actúa sobre la masa de la derecha es

$$\vec{F}_{12} \cdot \Delta t = m_2 \cdot \vec{V}_{2D} - m_2 \cdot \vec{V}_{2A}$$

En forma similar, el impulso de la fuerza \vec{F}_{21} sobre la masa de la izquierda es

$$\vec{F}_{21} \cdot \Delta t = m_1 \cdot \vec{V}_{1D} - m_1 \cdot \vec{V}_{1A}$$

Durante el intervalo de tiempo Δt , $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, de modo que

$$\vec{F}_{12} \cdot \Delta t = -\vec{F}_{21} \cdot \Delta t$$

O bien,

$$m_2 \cdot \vec{V}_{2D} - m_2 \cdot \vec{V}_{2A} = -(m_1 \cdot \vec{V}_{1D} - m_1 \cdot \vec{V}_{1A})$$

Y, finalmente, reagrupando los términos

$$\underbrace{m_1 \cdot \vec{V}_{1A} + m_2 \cdot \vec{V}_{2A}}_{\vec{P}_{\text{SISTEMA(ANTES)}}} = \underbrace{m_1 \cdot \vec{V}_{1D} + m_2 \cdot \vec{V}_{2D}}_{\vec{P}_{\text{SISTEMA(DESPUES)}}$$

Nota: al trabajar con las velocidades tomar por convención positivo hacia la derecha y negativo hacia la izquierda.

Ejemplo

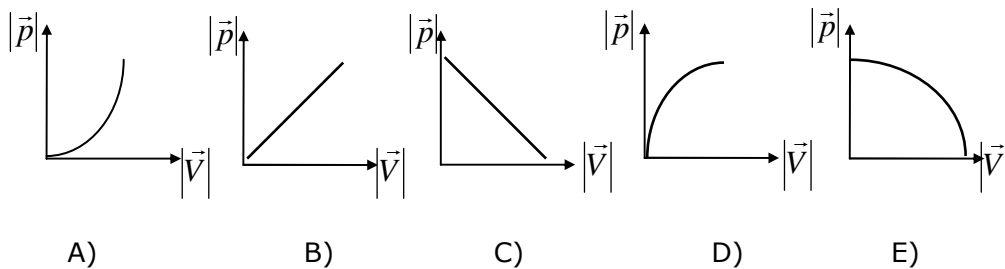
3. Una partícula de masa $2M$ que viaja hacia la derecha sobre una superficie horizontal, con velocidad constante de módulo V , choca con otra de masa M que se encontraba detenida. Si después del choque, ambas continúan enganchadas, entonces el módulo de la velocidad de ambas luego del impacto es
- A) $2/3 V$.
 - B) $3/2 V$.
 - C) V .
 - D) $1/2V$.
 - E) $1/3 V$.

PROBLEMAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

- Una bola de billar de $0,5 \text{ kg}$ de masa, al moverse hacia la izquierda con una velocidad de 2 m/s , perpendicular a una banda de la mesa, choca con ella y se devuelve con una velocidad de igual magnitud y dirección pero con sentido contrario. Si se considera positivo el sentido hacia la derecha, ¿cuál de las siguientes afirmaciones está **equivocada**?
 - El momentum de la bola antes del choque es de -1 kg m/s
 - El momentum de la bola después del choque es de $+1 \text{ kg m/s}$
 - La variación de momentum de la bola fue nula.
 - El impulso recibido por la bola fue de $2 \text{ N} \cdot \text{s}$
 - Si conociéramos el tiempo de interacción de la banda con la bola podríamos calcular la fuerza media que ejerció la banda sobre la bola.

- La condición necesaria y suficiente para que un cuerpo tenga momentum constantemente nulo, es que
 - la trayectoria del cuerpo sea recta.
 - la velocidad del cuerpo sea constante.
 - el cuerpo esté en reposo.
 - el cuerpo esté en caída libre.
 - Ninguna de las anteriores.

- ¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor el módulo del momentum de un cuerpo de masa constante en función del módulo de su velocidad?



4. Un cuerpo de masa m sometido a su propio peso, es lanzado desde el suelo con una velocidad \vec{v} que forma un ángulo de 45° con la horizontal. Con respecto al movimiento de ese cuerpo se puede afirmar que

- A) en el punto de altura máxima su momentum es nulo.
- B) en un par de puntos de la trayectoria el momentum es el mismo.
- C) la variación de momentum total es nula.
- D) existe un punto de la trayectoria donde el momentum es horizontal.
- E) existe un punto de la trayectoria donde el momentum es vertical.

5. El gráfico de la figura 6 muestra como varía el momentum de una partícula en función del tiempo. De los conceptos:

I) Masa

II) Impulso

III) Fuerza

Se pueden deducir o calcular

- A) Sólo I y II
- B) Sólo I y III
- C) Sólo II y III
- D) I, II y III
- E) Ninguno.

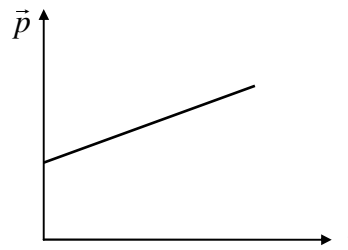
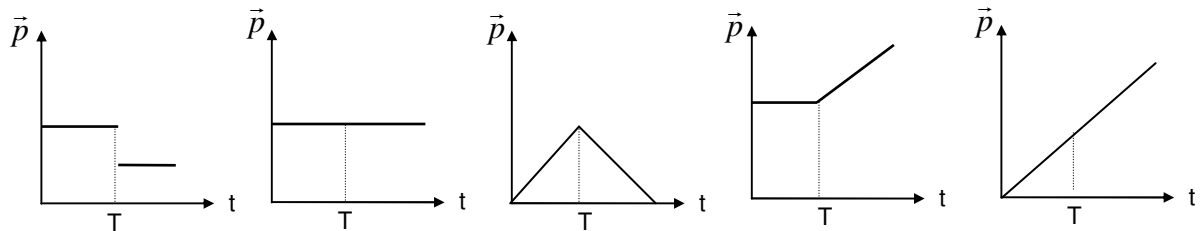


Fig. 6

6. Dos carritos pueden moverse sobre rieles horizontales en el laboratorio. El roce entre los carritos y los rieles es despreciable. Inicialmente el carrito (1) está en reposo y el carrito (2) que se mueve con velocidad constante va a chocar con el (1). Considere T el instante del choque. El **momentum total** del sistema de carritos está mejor representado por el gráfico:



A)

B)

C)

D)

E)

7. El gráfico de la figura 7 muestra el momentum \vec{p} de un cuerpo que se mueve en trayectoria rectilínea. Si la masa del cuerpo es constante, el gráfico que representa la fuerza neta sobre el cuerpo, en función del tiempo es:

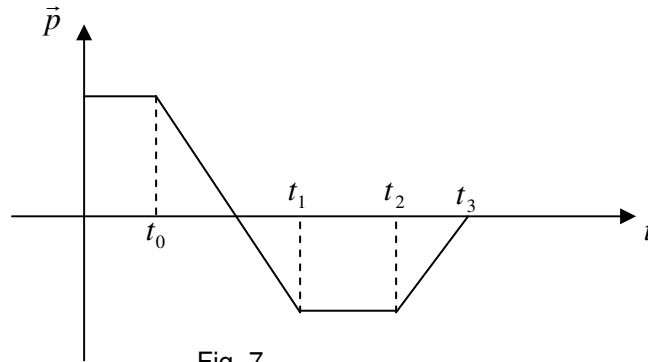
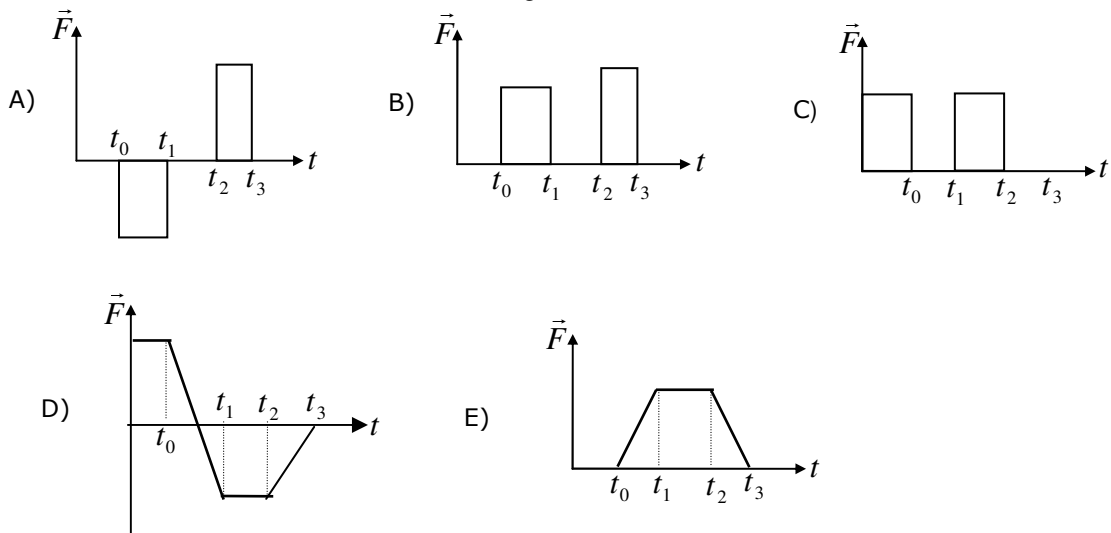


Fig. 7



8. Un astronauta, que lleva en sus manos un objeto pequeño, se encuentra en reposo en una región del espacio donde ningún cuerpo actúa sobre él. Si arroja el objeto con un impulso de 12Ns, ¿cuál de las siguientes afirmaciones está **equivocada**?:

- A) El astronauta recibe del objeto un impulso de módulo 12 N s.
- B) El momentum del astronauta es nulo.
- C) El momentum del objeto es de 12 N s.
- D) El momentum del sistema original era nulo.
- E) El momentum del sistema, luego de lanzarse el objeto es nulo.

9. Un cuerpo de 5 Kg se desplaza en línea recta de acuerdo con el gráfico (1). En cierto instante sufre la acción de una fuerza impulsiva durante un Δt y su movimiento pasa a obedecer al gráfico (2).

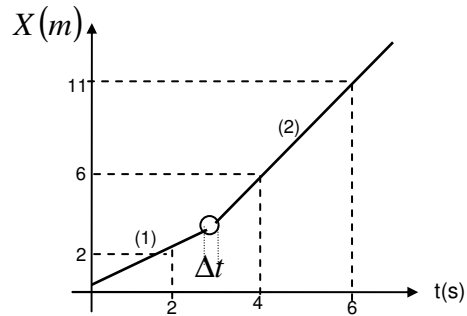
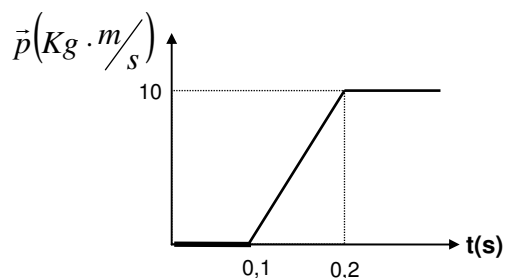


Fig. 8

¿Cuál es la magnitud del impulso sobre el cuerpo?

- A) 7,5 N s
 B) 12,5 N s
 C) 26,3 N s
 D) 30 N s
 E) 42 N s
10. Una bola de masa 0,2 kg y velocidad 0,1 m/s choca con otra idéntica que está en reposo. Usando esta información, ¿cuál es la única magnitud física, entre las siguientes, que se puede calcular?
- A) La fuerza que una bola ejerce sobre la otra.
 B) La velocidad de cada bola después del choque.
 C) La variación de momentum de la bola incidente.
 D) El tiempo que dura la interacción.
 E) El módulo del momentum total de los cuerpos después del choque.
11. Supongamos que una persona, cuya masa es de 60 Kg, se encuentra en una superficie sin roce. Esta persona tiene, en las manos, una caja cuya masa es de 5 Kg. Si lanza la caja horizontalmente, la persona adquiere una velocidad en sentido contrario, de 0,5 m/s. Entonces, llega a la conclusión de que la caja fue lanzada con una velocidad de:
- A) 6 m/s
 B) 0,5 m/s
 C) 60 m/s
 D) 10 m/s
 E) 2 m/s

12. El gráfico de la figura 9 muestra la variación del módulo del momentum de una partícula en función del tiempo durante una colisión. La fuerza que actúa sobre la partícula durante la colisión



- A) tiene intensidad variable y valor medio nulo.
B) tiene intensidad constante y valor 10 N.
C) tiene intensidad constante y valor 100 N.
D) tiene intensidad constante y valor 1000 N.
E) tiene intensidad variable y valor medio 100 N.
13. Durante una colisión entre dos cuerpos, los módulos de las fuerzas de interacción, F_A , que A ejerce sobre B y F_B , que B ejerce sobre A, guardan entre sí la siguiente relación:
- A) $F_A \neq 0$ y $F_B = 0$
B) $F_A > F_B$ y ambas diferentes de cero.
C) $F_A = F_B = 0$
D) $F_A = F_B$ y ambas diferente de cero
E) $F_A = 0$ y $F_B \neq 0$
14. Respecto de la cantidad de movimiento de un sistema de partículas. ¿Cuál afirmación es falsa?
- A) Es una magnitud vectorial
B) Es la resultante de las cantidades de movimiento de cada partícula del sistema
C) Varía si actúa una fuerza externa en el sistema
D) No se modifica cuando actúan solamente fuerzas externas
E) Varía si existe fricción entre las partículas del sistema

15. En la figura 10 un vagón que se desplaza hacia la derecha con una velocidad de 10 m/s , es fragmentado por una explosión (en la cual no existe pérdida de masa), en dos pedazos (1) y (2), de masas iguales. Sean \vec{V}_1 y \vec{V}_2 las velocidades respectivas de los fragmentos, después de la explosión. De las siguientes opciones, señale la que no podría corresponder a los movimientos de (1) y (2) después de la explosión.

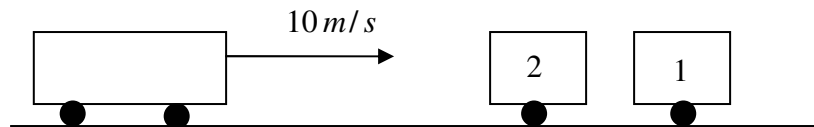


Fig. 10

- A) $\vec{V}_1 = 20 \text{ m/s}$ hacia la derecha; $\vec{V}_2 = \vec{0}$
- B) $\vec{V}_1 = 15 \text{ m/s}$ hacia la derecha; $\vec{V}_2 = 5 \text{ m/s}$ hacia la derecha.
- C) $\vec{V}_1 = 30 \text{ m/s}$ hacia la derecha; $\vec{V}_2 = 10 \text{ m/s}$ hacia la izquierda.
- D) $\vec{V}_1 = 25 \text{ m/s}$ hacia la derecha; $\vec{V}_2 = 5 \text{ m/s}$ hacia la izquierda.
- E) $\vec{V}_1 = 50 \text{ m/s}$ hacia la derecha; $\vec{V}_2 = 30 \text{ m/s}$ hacia la derecha.
16. Una pelota de tenis, de masa 100 g , es lanzada contra la pared, donde llega horizontalmente con una rapidez de 20 m/s . Al rebotar en la pared regresa con la misma rapidez. Sabiendo que el módulo de la fuerza media debida al impacto es de 40 N , ¿Cuál es aproximadamente, la magnitud de la variación de momentum que la pelota sufre, en la vertical, debido a la acción de la gravedad, en el intervalo de tiempo del impacto?
- A) $4 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$
- B) $0,4 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$
- C) $0,1 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$
- D) $0,04 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$
- E) $10 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$

17. En la gráfica de la figura 11 se representan los valores, en un sistema de referencia dado, de las cantidades de movimiento de dos esferas que chocan frontalmente en un plano horizontal. ¿Cuál de las siguientes opciones expresa una conclusión correcta a partir de la gráfica?

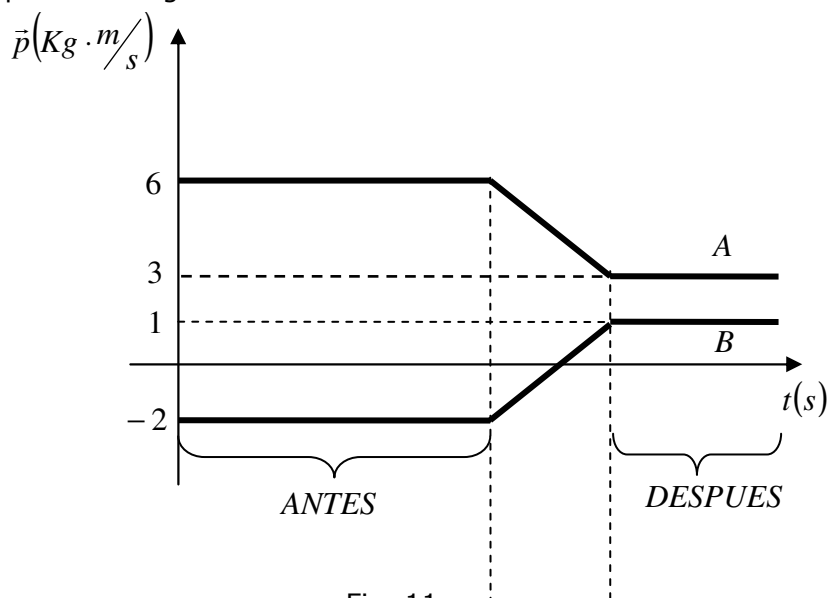


Fig. 11

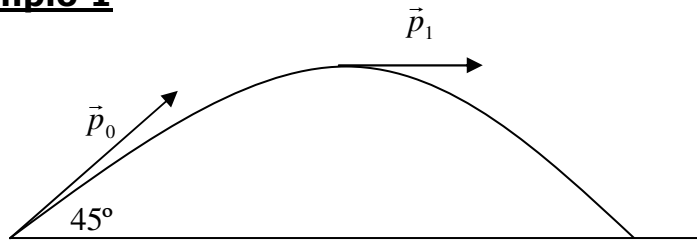
- A) La relación entre los módulos de las velocidades iniciales de las esferas es, necesariamente, de 1 a 3.
- B) Después del choque, las esferas se desplazan en sentidos opuestos a los iniciales.
- C) El modulo de la suma de las cantidades de movimiento de las esferas es igual a $4 \text{ Kg} \cdot \text{m/s}$.
- D) El choque fue inelástico.
- E) Una de las esferas estaba inicialmente en reposo.
18. Un auto M, se masa igual a 1 tonelada, frena bruscamente frente a un obstáculo imprevisto y cuando su velocidad se reduce a 10 Km/h es golpeado por un auto N de masa igual a 2 toneladas, que venia atrás, en el mismo sentido, a una velocidad de 40 Km/h. Con base en el principio de la conservación de la cantidad de movimiento, señale entre las afirmaciones siguientes, la única que presenta una situación imposible después del impacto
- A) M y N se mueven juntos, con una velocidad de 30 Km/h, en el sentido del movimiento inicial.
- B) M avanza con una velocidad de 40 Km/h y N continua en el mismo sentido, con una velocidad de 25 Km/h.
- C) M avanza a una velocidad de 40 Km/h y N se mueve, en el mismo sentido, con una velocidad de 10 Km/h.
- D) M avanza con una velocidad de 90 Km/h y N se detiene.
- E) M avanza con una velocidad de 100 Km/h y N se mueve, en sentido contrario al movimiento inicial, con una velocidad de 5 Km/h.

Las preguntas 19 y 20 se refieren al siguiente enunciado:

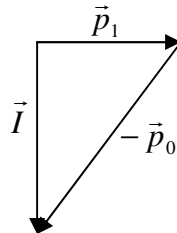
Sobre una mesa sin fricción, cuando un cuerpo de 3 Kg que se mueve a 4 m/s hacia la derecha choca con otro cuerpo de 8 Kg que se mueve a 1,5 m/s hacia la izquierda. El choque de los cuerpos es inelástico.

19. La magnitud del momentum lineal del sistema antes del choque, en $Kg \cdot m/s$
- A) 0
 - B) 12
 - C) 16
 - D) 24
 - E) 33
20. La rapidez de los cuerpos después del choque en m/s, es
- A) 0
 - B) 0.75
 - C) 1.5
 - D) 2.2
 - E) 3

Solución ejemplo 1



La figura nos muestra los vectores asociados a la cantidad de movimiento en la posición inicial y la altura máxima. El impulso se obtiene como la diferencia de la cantidad de movimiento, con lo cual tenemos lo siguiente:



La alternativa correcta es A

Solución ejemplo 2

Si pensamos un poco, la respuesta es fácil, ya que al imprimir el mismo impulso a dos cuerpos que se encuentran en reposo, el que adquiere menor velocidad es el de mayor masa o viceversa.

La alternativa correcta es B

Solución ejemplo 3

Aplicando la ley de conservación de la cantidad de movimiento.

$$2 \cdot M \cdot V + M \cdot 0 = 3 \cdot M \cdot V_c$$

en la cual se obtiene, $V_c = \frac{2}{3} \cdot V$

La alternativa correcta es A

DSIFM07

Puedes complementar los contenidos de esta guía visitando nuestra web.
<http://clases.e-pedrovaldivia.cl/>