MATERIAL: FM-14

Hidrostática

El término Hidrostática se refiere al estudio de los fluidos en reposo. Un fluido es una sustancia que puede escurrir fácilmente y que puede cambiar de forma debido a la acción de pequeñas fuerzas. Por tanto, el término fluido incluye a los líquidos y los gases.

Los fluidos que existen en la naturaleza siempre presentan una especie de fricción interna o viscosidad que complica un poco el estudio de su movimiento. Sustancias como el agua y el aire presentan muy poca viscosidad (escurren fácilmente), mientras que la miel y la glicerina tiene una viscosidad elevada. En este capítulo no habrá necesidad de considerar la viscosidad por que sólo nos ocuparemos de los fluidos en reposo, y la viscosidad únicamente se manifiesta cuando se mueven o fluyen estas sustancias.

Para el estudio de la Hidrostática es indispensable el conocimiento de dos cantidades: la presión y la densidad. Así pues, iniciaremos este capítulo con el análisis de ambos conceptos.

Presión: Consideremos un objeto cilíndrico cuyo peso vamos a designar por $\vec{F}$, apoyados sobre una superficie circular, como muestra la figura 1.

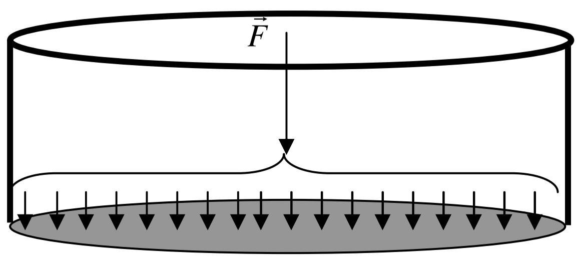


Fig. 1

Sea A, el área sobre la cual se apoya. Observemos que la compresión que el objeto ejerce sobre la superficie debido a su peso, está distribuida en toda el área A, y la fuerza $\vec{F}$ que produce la compresión es perpendicular a la superficie. Se define, entonces, la presión producida por una fuerza $\vec{F}$ perpendicular a una superficie y distribuida sobre su área A, de la siguiente manera: "La presión p, ejercida por la fuerza $\vec{F}$ sobre el área A, es el cociente entre la intensidad de $\vec{F}$ y el valor del área A", es decir:

$$p = \frac{F}{A} \left[\frac{N}{m^2}\right]$$

donde

$$1\frac{N}{m^2} = 1Pa$$

Densidad o Masa específica.

Consideremos un cuerpo de masa m y cuyo volumen es V. la densidad (llamada también masa específica) del cuerpo se representará por la letra griega ρ (ro) y se define de la siguiente manera: La densidad (o masa específica) de un cuerpo es el cociente entre su masa y su volumen, o sea:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Unidades de densidad.

Por la definición de densidad, ρ = m/V, observemos que la unidad de la densidad debe ser la relación entre una unidad de masa y una unidad de volumen. Por tanto, en el SI la unidad ρ será kg/m^3. Es muy fácil demostrar que

$$1\frac{g}{cm^3} = 10^3\frac{kg}{m^3}$$

En la tabla 1 presentamos las densidades o masas específicas de diversas sustancias. Observe en la tabla que los gases tienen una densidad muy pequeña

DENSIDADES (a 0º C y a la presión de 1 atm)	
Sustancia	ρ (g / cm^3)
Hidrógeno	0,0009
Aire	0,0013
Corcho	0,24
Gasolina	0,70
Hielo	0,92
Agua	1
Agua de mar	1,03
Glicerina	1,25
Aluminio	2,7
Fierro	7,6
Cobre	8,9
Plata	10,5
Plomo	11,3
Mercurio	13,6
Oro	19,3
Platino	21,4

Ejemplo:

1. La densidad del alcohol en el sistema internacional de unidades se mide en

   A) $\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$
   B) kg · m^2
   C) $\frac{\text{Kg}}{\text{m}^2}$
   D) $\frac{\text{Kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$
   E) $\frac{\text{g}}{\text{m}^3}$

Presión atmosférica

Que es la presión atmosférica.

El aire, como cualquier sustancia cercana a la tierra es atraído por ella; es decir, el aire tiene peso. Debido a esto, la capa atmosférica que envuelve a la Tierra y que alcanza una altura de decenas de kilómetros, ejerce una presión sobre los cuerpos sumergidos en ella. Esta presión de denomina presión atmosférica.
En todos los planetas con atmósfera existe una presión atmosférica con cierto valor. En la luna, como no hay atmósfera, no hay, por consiguiente, presión atmosférica.
Hasta la época de Galileo (siglo XVII) la existencia de la presión atmosférica era desconocida por muchos, e incluso, muchos estudiosos de la física la negaban. El físico italiano Torricelli, contemporáneo y amigo de Galileo, realizó un famoso experimento que, además de demostrar que la presión atmosférica realmente existe, permitió la determinación de su valor.

Experimento de Torricelli: Para efectuar su experimento, Torricelli tomó un tubo de vidrio, de casi 1m de longitud, cerrado por uno de sus extremos, y lo llenó de mercurio (figura 2). Tapando el extremo abierto con un dedo e invirtiendo el tubo, sumergió este extremo en un recipiente que también contenía mercurio. Al destapar el tubo, estando éste en posición vertical, Torricelli comprobó que la columna líquida del recipiente, lograba equilibrar el peso de la columna de mercurio. Observe que arriba del mercurio, en el tubo, existe un vacío, pues si se hiciera un orificio en esta parte, a fin de permitir la entrada del aire la columna descendería hasta nivelarse con el mercurio del recipiente.

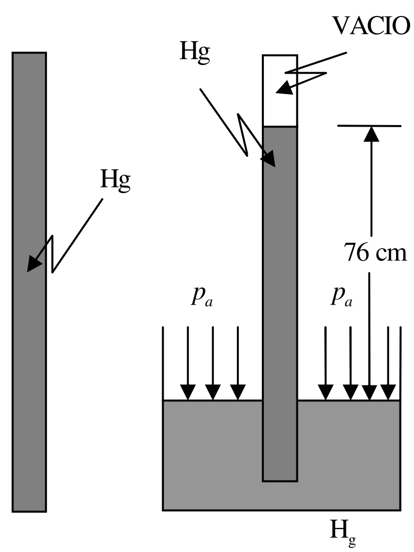


Fig. 2

Como la altura de la columna líquida en el tubo era de 76 cm, Torricelli llegó a la conclusión de que el valor de la presión atmosférica, p_a equivale a la presión ejercida por una columna de mercurio de 76 cm de altura, es decir,

$$p_a = 76 \ cm \ Hg$$

Por este motivo, una presión de 76 cmHg recibe el nombre de atmósfera y se emplea como unidad de presión.

Variación de la presión Atmosférica con la altitud	
Altitud (m)	p_a (cmHg)
0	76
500	72
1000	67
2000	60
3000	53
4000	47
5000	41
6000	36
7000	31
8000	27
9000	24
10000	21

Cálculo de la presión en el interior de un fluido.

En la figura 3 se indican los puntos 1 y 2 en el interior de un fluido de densidad ρ. La diferencia de nivel entre estos puntos es h. Consideremos una porción del líquido, de forma cilíndrica, como si estuviese separada del resto del líquido (Figura 3). Dicha parte está en equilibrio por la acción de su propio peso $\vec{P}$ y de las fuerzas que el resto del líquido ejerce sobre ella. En la dirección vertical, estas fuerzas son: la fuerza $\vec{F}_1$, que actúa hacia abajo sobre la superficie superior del cilindro, y que se debe al peso de la capa de líquido situada encima de esta superficie, y la fuerza $\vec{F}_2$, que actúa sobre la superficie inferior de la porción cilíndrica. Obsérvese que como el cilindro está en equilibrio, y $\vec{P}$ y $\vec{F}_1$ están dirigidas hacia abajo, $\vec{F}_2$ deberá estar dirigida hacia arriba. Podemos, entonces, escribir que

$$F_2 = F_1 + P \quad \text{(Condición de equilibrio)}$$

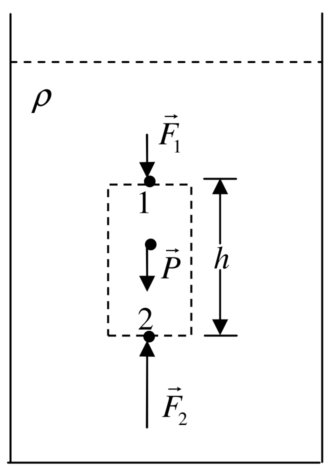


Fig. 3

Siendo p_1 la presión en la superficie superior (punto 1); p_2 la presión en la superficie inferior (punto 2), y A el área de esas superficies, tenemos (recordando la definición de presión):

$$F_2 = p_1 A \qquad F_2 = p_2 A$$

si m es la masa de la porción cilíndrica y V es su volumen, es posible expresar, de la siguiente manera, el peso P de esta porción:

$$P = m \cdot g \text{ pero } m = \rho \cdot V = \rho \cdot A \cdot h$$

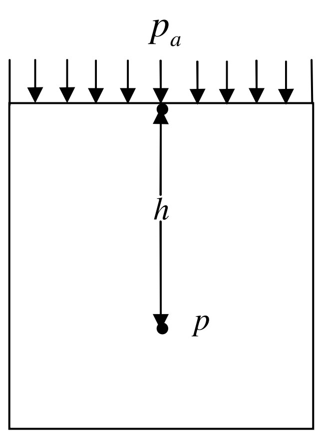
donde

$$P = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$$

Aplicando estas relaciones a la condición de equilibrio $F_2 = F_1 + P$, tenemos

$$p_2 A = p_1 A + \rho A h g \text{ o bien } p_2 = p_1 + \rho g h$$

La relación anterior es tan importante en el estudio de la estática de los fluidos, que suele ser denominada ***ecuación fundamental de la hidrostática***. Suponiendo que uno de los puntos se encuentra en la superficie del líquido y que el otro punto está a una profundidad h (figura 4), vemos que la presión en el primer punto será la presión atmosférica p_a y en consecuencia la presión p, en el segundo punto se puede obtener por la relación



$$p = p_a + pgh$$

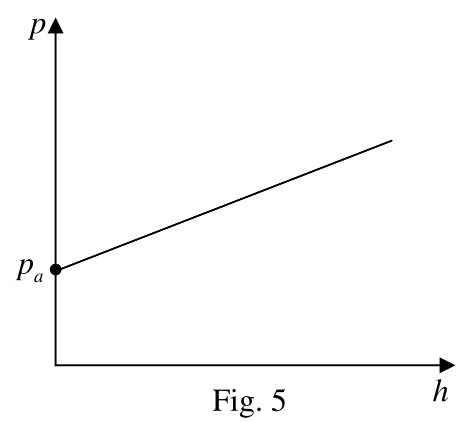


Fig. 4

Fig. 5

Ejemplo:

2. Si la experiencia de Torricelli fuera realizada con agua, en lugar de mercurio, en un sitio donde la presión atmosférica fuera de 10^5 N/m^{2,} la altura de la columna de agua sería

A) 10 cm

B) 76 cm

C) 10 m

D) 76 m

E) Ninguna de las anteriores

Vasos comunicantes

Consideremos dos recipientes que no necesitan ser del mismo tamaño, ni poseer la misma forma, cuyas bases están unidas por un tubo (figura 6). Se dice que tales vasijas son "vasos comunicantes". Coloquemos un líquido cualquiera en estos vasos y esperemos que se alcance el estado de equilibrio. Los puntos A y B, situados en un mismo nivel horizontal, deben estar sometidos a presiones iguales, pues lo contrario, el líquido no estaría en equilibrio.

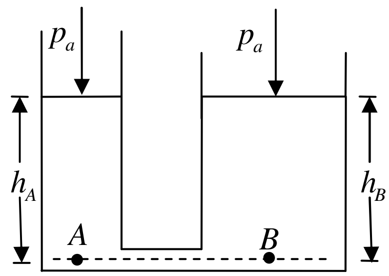


Fig. 6

Siendo ρ la densidad del líquido, podemos escribir

Para el punto A: $p_A = p_a + \rho g h_A$

Para el punto B: $p_B = p_a + \rho g h_B$

Como $p_A = p_B$, concluimos que $h_A = h_B$, es decir, puesto en vasos comunicantes, un líquido determinado alcanza las mismas alturas en ambos recipientes. Esta conclusión también es válida cuando se tiene varias vasijas en comunicación, independientemente de su forma o tamaño.

Ejemplo:

3. ¿En cual de los tres recipientes mostrados a continuación, la presión es mayor en el fondo?

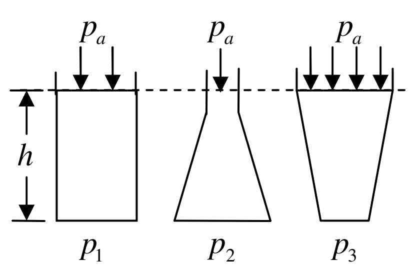


Fig. 7

A) en 1
B) en 2
C) en 3
D) igual en los tres.
E) no se puede determinar.

Principio de Pascal

Una característica de cualquier fluido en reposo es que la fuerza ejercida sobre cualquier partícula del fluido es la misma en todas las direcciones. Si las fuerzas fueran desiguales, la partícula se desplazaría en la dirección de la fuerza resultante. De esto se deduce que la fuerza por unidad de superficie que el fluido ejerce sobre las paredes del recipiente que lo contiene es *perpendicular* a la pared en cada punto sea cual sea su forma.
El principio de Pascal afirma que *la presión aplicada sobre el fluido contenido en un recipiente se transmite por igual en todas las direcciones y a todas partes del recipiente, siempre que se puedan despreciar las diferencias del peso debidas al peso del fluido.*
Es decir, el aumento de la presión en un punto 2 es igual al aumento de la presión provocado por $\vec{F}$ en el punto 1 (figura 8). Este hecho fue descubierto experimentalmente en 1653 por el científico francés Pascal. Observe que aun cuando en la época de Pascal esta propiedad sólo era un hecho experimental, en la actualidad comprobamos que se puede deducir de inmediato de la ecuación fundamental de la Hidrostática, la cual, a su vez, es consecuencia de las leyes de equilibrio de la Mecánica.

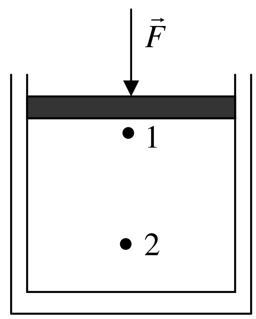


Fig. 8

Ejemplo:

4. En una prensa hidráulica el radio de sus émbolos es de 1 cm y 10 cm respectivamente. Si sobre el émbolo de menor área se ejerce una fuerza de 30 N. ¿Cuál es la intensidad de la fuerza $\vec{F}$ que se ejerce sobre el de mayor área, para mantener el equilibrio?

   A) 300 N
   B) 30 N
   C) 3 N
   D) 3000 N
   E) ninguna de las anteriores

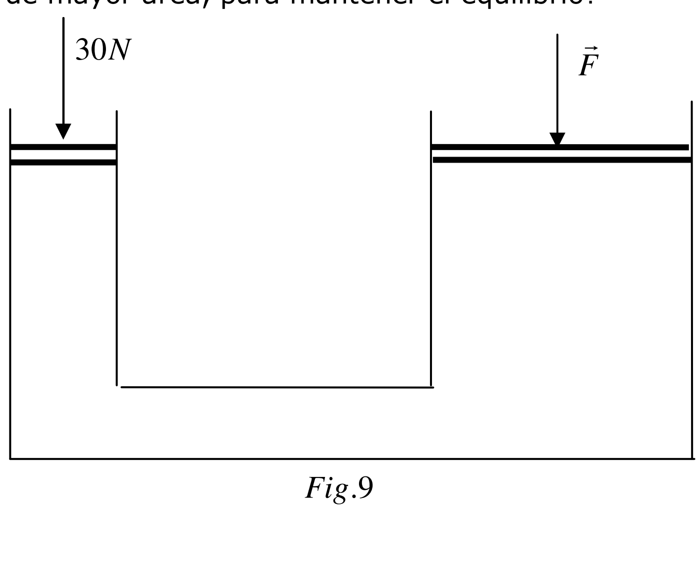


*Fig.*9

Empuje ascendente.

Cuando sumergimos un cuerpo sólido cualquiera en un líquido, comprobamos que éste ejerce sobre el cuerpo una fuerza de sustentación, es decir, una fuerza dirigida hacia arriba que tiende a impedir que el cuerpo se hunda en el líquido. Ya debe haberse dado cuenta de la existencia de esta fuerza al tratar de sumergir en el agua, por ejemplo, un pedazo de madera. Esta fuerza es también la que hace que una piedra parezca más ligera cuando la sumergimos en el agua o en algún otro líquido. Tal fuerza, que es vertical y está dirigida hacia arriba, se denomina empuje ascendente del líquido sobre el cuerpo sumergido.

Por qué se produce el empuje hidrostático ascendente.

Consideremos un cuerpo sumergido en un líquido cualquiera (figura 10). Como ya sabemos, el líquido ejercerá fuerzas de presión sobre toda la superficie del cuerpo que está en contacto con el líquido. Como la presión aumenta con la profundidad, las fuerzas ejercidas por el líquido en la parte inferior del cuerpo, son mayores que las fuerzas ejercidas en su parte superior, y se distribuyen en la forma que se indica en la figura 10. La resultante de estas fuerzas, por tanto, deberá estar dirigida hacia arriba. Dicha resultante es la que constituye el empuje hidrostático ascendente que actúa sobre el cuerpo, tendiendo a impedir que se hunda en el líquido. Observe, entonces, que la causa del empuje ascendente es que la presión aumenta con la profundidad. Si las presiones ejercidas en las partes superior e inferior del cuerpo fueran iguales, la resultante de las fuerzas de presión sería nula y no existía empuje alguno sobre el cuerpo.

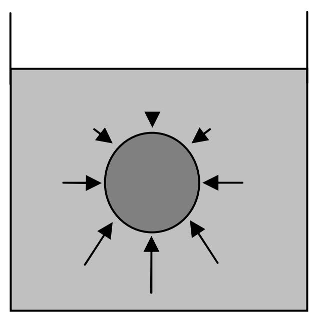


Fig. 10

Principio de Arquímedes.

En el siglo III a.C., el gran filósofo, matemático y físico griego Arquímedes, al realizar cuidadosos experimentos descubrió la manera de calcular el empuje ascendente que actúa en los cuerpos sumergidas en líquidos. Sus conclusiones fueron expresadas en un enunciado que recibe el nombre de principio Arquímedes y cuyo texto es: *todo cuerpo sumergido en un líquido recibe un empuje vertical hacia arriba, igual al peso del líquido desplazado por el cuerpo*.

$$\left|\vec{E}\right| = \left|\vec{P}_d\right| = m_d \cdot \left|\vec{g}\right|$$

donde m_d es la masa del liquido desplazado, la cual se podría expresar en función de la densidad del liquido y el volumen desplazado V_d, lo que implica que

$$\left|\vec{E}\right| = \rho_L \cdot V_d \cdot \left|\vec{g}\right|$$

Usando las leyes de Newton podríamos llegar a este mismo resultado para el cálculo del empuje. Obsérvese, en cambio, que Arquímedes descubrió estos hechos mediante experimentos, mucho antes de que Newton estableciera las leyes básicas de la Mecánica.

Condiciones para que un cuerpo flote en un líquido.

Suponga que una persona introduce un cuerpo en un líquido, de modo que quede totalmente sumergida. Si el cuerpo se suelta luego, las fuerzas que actuarán sobre el será su peso $\vec{P}$ y el empuje $\vec{E}$ ejercido por el líquido. En estas condiciones, podrá observarse una de las tres situaciones siguientes:

El valor del empuje es menor que el peso del cuerpo (E<P). En este caso, la resultante de estas fuerzas estará dirigida hacia abajo, y el cuerpo se hundirá hasta llegar al fondo del recipiente. Esto es lo que sucede cuando, por ejemplo, soltamos una piedra dentro del agua (figura 11). El valor del empuje es mayor que el peso del cuerpo (E>P). En este caso, la resultante de estas fuerzas está dirigida hacia arriba y el cuerpo sube en el interior del líquido (figura 12). El valor del empuje es igual al peso del cuerpo (E=P). En este caso la resultante de estas fuerzas será nula y el cuerpo quedará en reposo en el sitio en que ella se halle. Esto es lo que sucede con el submarino bajo el agua, en reposo a cierta profundidad (figura 13).

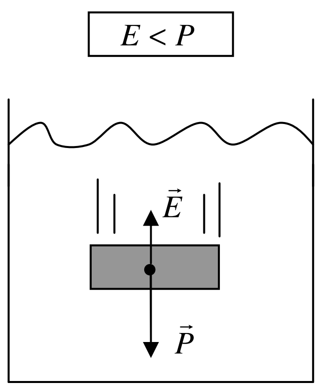


Fig. 11

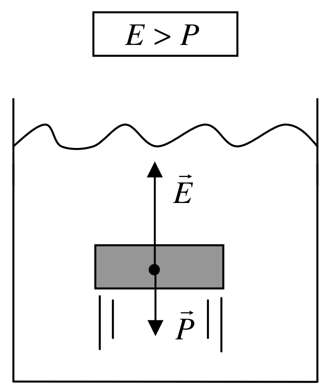


Fig. 12

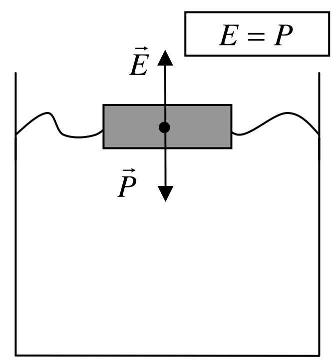


Fig. 13

Nota: cuando se habla de peso aparente de un cuerpo, se refiere a la diferencia entre el peso del cuerpo y el empuje que ejerce un fluido sobre éste.

$$P_{aparente} = P - E$$

Ejemplo:

5. ¿A cuántos litros es igual el volumen de un objeto cuya masa es de 5000 g y que flota en el agua, completamente sumergido?

   A) 0,5
   B) 1
   C) 5
   D) 10
   E) 20

PROBLEMAS DE SELECCIÓN MÚLTIPLE

Para los problemas, use $|\vec{g}| = 10 \, m/s^2$

1. La presión en un punto determinado del interior de un líquido en reposo en un vaso

   A) es siempre dirigida para abajo.
   B) no depende de la altura ni de la longitud.
   C) es igual al peso del líquido por encima del punto.
   D) es de valor constante, cualquiera que sea la dirección considerada del punto en cuestión.
   E) depende sólo de la densidad del líquido.

2. Si la siguiente tabla muestra algunas características de los estados de la materia, ¿qué palabras se deben ubicar en los casilleros 1, 2, 3 y 4 respectivamente?

Estado	**Forma**	**Volumen**	**Distancia entre Las moléculas**	**Fuerza de atracción molecular**
sólido	definida	definido	3	grande
Líquido	1	definido	media	media
gaseoso	variable	2	grande	4

   A) definida – definido – grande – débil.
   B) variable – definido - pequeña – grande.
   C) variable – variable – grande – débil.
   D) definida – variable – pequeña – grande.
   E) variable – variable – pequeña – débil

3. Dos puntos A y B están situados en el interior de un lago, siendo respectivamente igual a 20 m y 10 m sus profundidades respecto a la superficie libre del agua en equilibrio. En estas condiciones, las presiones P_A y P_B efectivas en los puntos A y B respectivamente se puede afirmar que

   A) $P_A = P_B /2$
   B) $P_A = P_B$
   C) $P_A = 2P_B$
   D) $P_A = 4 P_B$
   E) $P_A = P_B /4$

4. Los tres recipientes representados en el esquema contienen agua hasta el mismo nivel h, A, B y C son puntos tomados en el interior del líquido. Llamando P_A, P_B y P_C a las presiones hidrostáticas, respectivamente en A, B y C se puede afirmar que

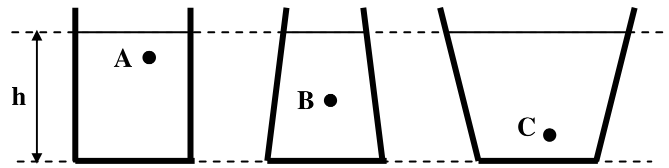


Fig. 14

A) $P_A > P_B > P_C$

B) $P_A < P_B < P_C$

C) $P_A = P_B = P_C$

D) $P_B > P_C > P_A$

E) $P_B < P_C < P_A$

5. Dos puntos situados en un líquido de densidad 10^3 kg/m^3 presenta una diferencia de nivel 10 m. La diferencia de presión entre esos puntos es

A) 10^5 N • m^{-2}

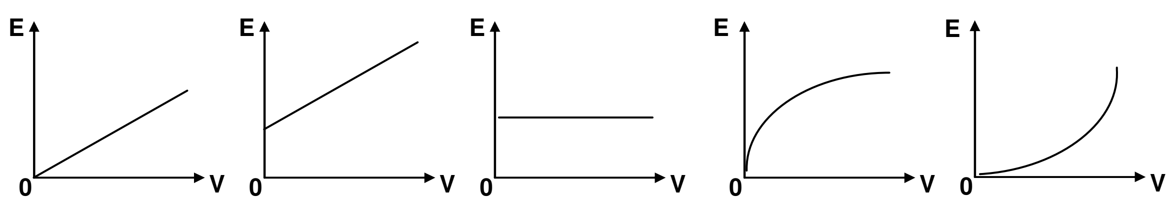
B) 10^2 N • m^2

C) 10^2 Pascal

D) 10^3 cm de Hg

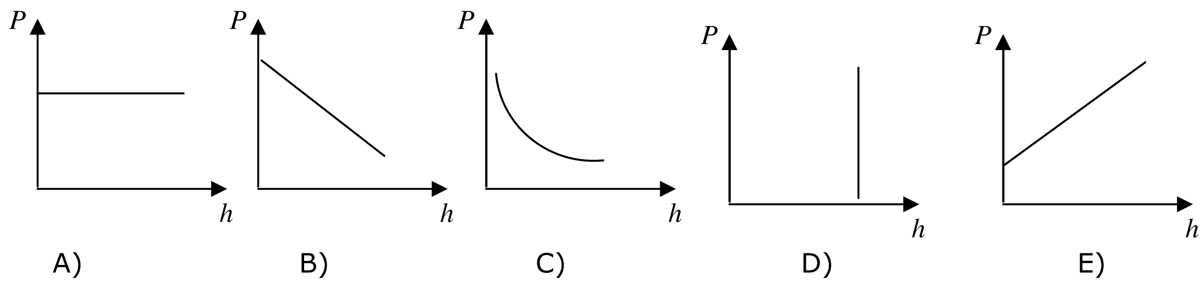
E) 10^3 Pascal

6. ¿Cuál de los siguientes gráficos representa mejor el empuje ejercido por un líquido en función del volumen y de un cuerpo sumergido?



A) B) C) D) E)

7. El gráfico correcto de la presión total en un punto de un líquido en reposo, en función de la profundidad <u>h</u> del punto considerado, está representado por



8. Un cilindro de madera de densidad 600 kg/m^3 flota en el aceite de densidad 800 kg/m^3. En estas condiciones, la fracción del volumen del cilindro que tiene sumergido en el aceite es

A) 0,52
B) 0,63
C) 0,75
D) 0,81
E) Ninguna de las anteriores.

9. Un cubo de hielo de densidad 0,9 g/cm^3 y de volumen v flota en un líquido de densidad 1,2 g/cm^3 aproximadamente la fracción del cubo que no está sumergida es igual a

A) 0,52
B) 0,63
C) 0,75
D) 0,81
E) Ninguna relación anterior.

10. Un iceberg flota en el agua porque

A) el empuje del agua es mayor que el peso del iceberg.

B) el empuje del agua es menor que el peso del iceberg.

C) el empuje del agua es igual al peso del iceberg.

D) la densidad del iceberg es igual a la del agua.

E) la densidad del iceberg es mayor a la del agua.

11. Si dentro de un líquido, una esfera de 0,5 kg de masa va cayendo con velocidad constante, entonces la fuerza total que ejerce el líquido sobre la esfera es cero.

A) 10 N hacia arriba.

B) 5 N hacia abajo.

C) 5 N hacia arriba.

D) Falta información.

12. Si un objeto pesa en el aire 80 N, cuando se sumerge completamente en agua pesa 60N y cuando se sumerge completamente en líquido x, el empuje es de 15 N, entonces

I) el volumen del líquido x desplazado es 20 cm^3
II) el peso del líquido x desplazado es 15 N.
III) la densidad del objeto es 4 g/cm^3

De las afirmaciones anteriores es (son) correcta(s)

A) Sólo I
B) Sólo I y II
C) Sólo I y III
D) Sólo II y III
E) I, II y III

13. Si un tronco de forma cilíndrica flota en el agua con un tercio de su volumen fuera de ésta, ¿cuál es su densidad sabiendo que la densidad del agua es 1 g/cm^3?

A) $\frac{3}{2} g/cm^3$

B) $2 g/cm^3$

C) $\frac{1}{4} g/cm^3$

D) $\frac{1}{3} g/cm^3$

E) $\frac{2}{3} g/cm^3$

14. Si una piedra pesa en el aire 60 N y sumergida completamente en el agua 30 N, entonces la densidad de la piedra es igual a

A) 6 g/cm^3
B) 8 g/cm^3
C) 7 g/cm^3
D) 3 g/cm^3
E) 2 g/cm^3

15. Se sumergen dos cuerpos metálicos de igual volumen, pero diferente masa en un estanque lleno de agua. Si se pesan estando sumergidas a la misma profundidad, entonces, de las siguientes afirmaciones:

I) Ambos cuerpos pierden peso en la misma cantidad.
II) El cuerpo de menor masa pierde mas peso.
III) Es posible igualar los pesos si se sumerge el cuerpo de mayor masa a más profundidad que el otro.

Es (son) correcta (s)

A) Sólo I
B) Sólo II
C) Sólo III
D) Sólo I y II
E) Sólo II y III

Solución ejemplo 1

La respuesta es muy sencilla, basta tener en cuenta la definición de densidad (ρ = m/V)

La alternativa correcta es A

Solución ejemplo 2

Utilizando la ecuación fundamental de la hidrostática $p = \rho \cdot g \cdot h$, podemos obtener la altura h que alcanzara la columna de agua.

$$h = \frac{p}{\rho \cdot g} = \frac{10^5}{1000 \cdot 10} = 10m$$

La alternativa correcta es C

Solución ejemplo 3

Por la ecuación fundamental, la presión al interior de un fluido depende de la gravedad (g), de la profundidad (h), densidad del fluido (ρ) y de la presión atmosférica (p_a). Lo anterior implica que la forma del recipiente que contiene al fluido no afecta en la presión.
Por lo tanto como la profundidad (h) es la misma en los tres recipientes, implica que la presión es la misma.

La alternativa correcta es D

Solución ejemplo 4

La prensa hidráulica es una aplicación del principio de Pascal. Para que la prensa se encuentre en equilibrio, la presión ejercida sobre los émbolos debe ser la misma.

$$p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{\pi \cdot R_1^2} = \frac{F_2}{\pi \cdot R_2^2}$$

donde $\pi \cdot R^2$ es el área de los émbolos (circulares). Despejando la fuerza aplicada sobre el segundo émbolo tenemos:

$$F = 30 \cdot \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = 30 \cdot 100 = 3000N$$

La alternativa correcta es D

Solución ejemplo 5

Al encontrarse completamente sumergido, el peso del objeto es igual al empuje.

$$E = m_c \cdot g$$

como el empuje es igual al peso del fluido desplazado (sus módulos), tenemos lo siguiente:

$$m_d \cdot g = m_c \cdot g \Rightarrow V_d = \frac{m_c}{\rho_{agua}}$$

por lo tanto, el volumen desplazado que en este caso equivale al volumen del cuerpo, es:

$$V_d = \frac{5(kg)}{1000(kg/m^3)} = \frac{5}{1000} m^3 = 5000 cm^3 = 5 lt$$

La alternativa correcta es C